Maestría en Enseñanza en Escenarios Digitales

Asociación de Universidades Sur Andina

La Clase Híbrida en Matemática Universitaria: Una propuesta en carreras de Administración

Trabajo Final Integrador

Maestrando/a: Julieta B. Matteucci

DNI: 25.867.013

Email: jmatteucci@gmail.com

Director: Marcel D. Pochulu

UNLPam | 14 de Mayo | 2024

AGRADECIMIENTOS

Quiero empezar por el principio de este viaje, agradeciendo a Lucas y a Martín por haber venido con la loca idea de hacer esta Maestría. Luego a Pablo, por haberme seguido en cada una de las (muchas) locuras que se me fueron ocurriendo y por haberme permitido seguirlo en las suyas (también muchas) durante los años de cursada. A quienes forman el grupo de WhatsApp del aula 2 de UNLPam que permitió un canal de compañerismo, trabajo, desahogo, apoyo y de cable a tierra en tantos momentos.

A mi madre, Susana, sin quien no estaría acá.

A mi director Marcel, por la buena onda, consejos y guía constante con la que me ayudaba a mejorar en cada paso.

A Paula, que me tiró un par de salvavidas en momentos de crisis.

A mis amigxs y compañerxs, a quienes dejé de lado en varias ocasiones por priorizar los trabajos de la maestría.

Y a quienes ya no se encuentran en este plano terrenal, pero siguen acompañándome día a día.

RESUMEN

En este trabajo se describe y analiza una propuesta de enseñanza y aprendizaje para una matemática universitaria de un curso, en modalidad híbrida, correspondiente a Licenciatura en Administración. Los contenidos, que normalmente corresponderían a un curso clásico de Análisis Matemático, se presentan con actividades que implican situaciones vinculadas con las Ciencias Económicas (área de interés de los y las estudiantes), para fomentar un cambio de actitud hacia la matemática. El desarrollo de las actividades y los contenidos se realiza en modalidad híbrida, integrando las partes presenciales con las virtuales asincrónicas, buscando continuidad y coherencia entre ambas modalidades. En el diseño de la propuesta, se ofrecen alternativas de recorridos para que los y las estudiantes puedan elegir la situación a trabajar que más se acerque con sus intereses personales.

Para el diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje se tuvo en cuenta el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemática (EOS), un marco general en el que se pueden integrar otras corrientes de investigación en la didáctica de la matemática. En este caso, se ha integrado con la teoría de situaciones didácticas. No obstante, desde el EOS, se analizan las características de las actividades a través de indicadores de idoneidad didáctica, los que permiten valorar la pertinencia de las actividades que se proponen. Las instancias presenciales como las virtuales están mediadas por la tecnología. Al respecto, se han seguido criterios que surgen de referentes teóricos para valorar la pertinencia y significatividad del uso de las TIC en las actividades y secuencia planteada.

PALABRAS CLAVE: Enseñanza Híbrida – HyFlex – Matemática Universitaria – TIC – EOS

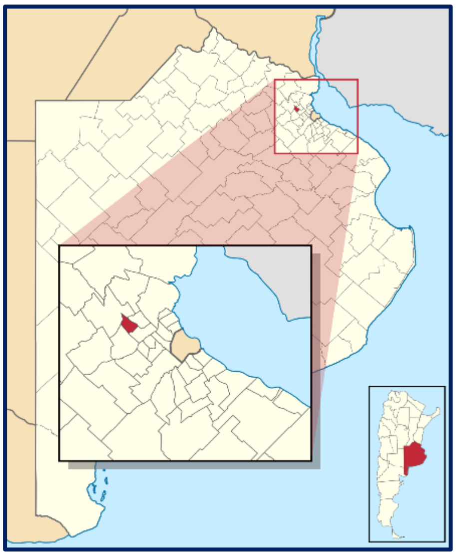
ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS

1 - JUSTIFICACIÓN

La propuesta se enmarca en el espacio curricular de matemática de primer año, que se ofrece en diversas carreras del Departamento de Economía e Innovaciones Tecnológicas de la Universidad Nacional de José C. Paz (UNPaz), la cual se encuentra ubicada en el partido del mismo nombre en la región noroeste del Gran Buenos Aires (GBA), tal como se muestra en la Figura 1.

Figura 1:
Ubicación del Partido de José C. Paz en la provincia de Buenos Aires.



Fuente: https://bit.ly/3V12fVk

La universidad fue creada en el 2009 por la ley N.º 26.577 y comenzó a funcionar en el año 2012. La carrera de Licenciatura en Administración, con sus distintas orientaciones, fue una de las que se ofreció con el nacimiento de la UNPaz. Desde entonces y hasta aproximadamente el año 2016, la metodología de las clases de Matemática siguió un modelo de enseñanza tradicional. Sin embargo, tras una serie de ajustes en los cursos de ingreso y en la administración universitaria, surgió la necesidad de reformular tanto los contenidos como la metodología de enseñanza de las clases. Esto condujo gradualmente a la adopción de un enfoque más orientado a una modalidad taller, que se mantuvo hasta la aparición de la pandemia global de Covid-19 en 2020.

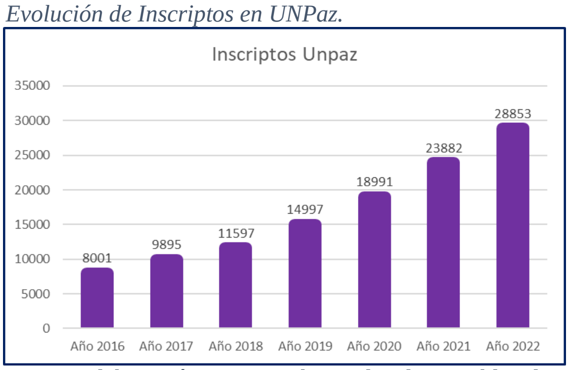
Durante el período de confinamiento, se hizo imperativo asegurar la continuidad de la educación. Siguiendo una tendencia que también se describe en Maggio (2022), la respuesta a esta coyuntura fue la virtualización. Esto implicó la migración de las propuestas de enseñanza a entornos tecnológicos, en particular a los campus virtuales, con variados niveles de apoyo institucional tanto en el diseño como en la implementación de los aspectos tecnológicos y pedagógicos. En la UNPaz, la adaptación a la virtualidad varió según la materia y la modalidad que se había establecido previamente. En el caso de la materia que se aborda en esta propuesta, que se basaba en un enfoque tipo taller, la transición a la modalidad virtual se llevó a cabo con relativa fluidez. Se optó por mantener la metodología en su mayoría asincrónica, brindando a los estudiantes la posibilidad de realizar consultas sincrónicas cada 15 días y fomentando la interacción constante a través de foros.

La ventaja de esta materia es que ya contaba con material diseñado específicamente para el trabajo autónomo, lo que facilitó la transición al entorno virtual. Sin embargo, se perdió en gran medida uno de los aspectos fundamentales de la modalidad de taller en el aula: el trabajo en grupo. A pesar de esta pérdida, la transición se llevó a cabo de manera eficiente y ordenada.

En contraste, en la materia de matemática previa, se optó por clases sincrónicas a través de videollamadas, manteniendo la misma carga horaria que se tenía en la modalidad presencial, es decir, 6 horas semanales. Esta decisión se basó en la suposición de que las sesiones virtuales quedarían grabadas y estarían disponibles en el aula virtual para su visualización posterior, como señala Maggio (2022). Sin embargo, esta elección resultó en altas tasas de ausencia en las clases sincrónicas y, posteriormente, causó una significativa deserción de estudiantes. Esto afectó particularmente a aquellos que aprovechaban ese horario para cursar las materias, ya que no contaban con suficientes dispositivos (ni una conexión estable) que les permitieran participar en dos videollamadas simultáneas. Además, no tenían el tiempo necesario para ver 6 horas de clases videograbadas.

La metodología empleada en la materia previa era, y aún es, de corte tradicional, caracterizada por el modelo de transmisión – recepción de conocimientos, en el que la o el estudiante "es considerado como una página en blanco (tabula rasa), en la que se inscriben los contenidos [y donde] se asume que se puede transportar el conocimiento (…) elaborado de la mente de una persona a otra" (Ruiz Ortega, 2007, p. 44). Sin embargo, esta metodología se ha vuelto insuficiente. En palabras de uno de los últimos grandes pedagogos de la modernidad: *"La alfabetización no puede hacerse desde arriba hacia abajo, como una donación o una imposición, sino desde adentro hacia fuera, por el propio analfabeto, y con la simple colaboración del educador"*. (Freire, 1969, p. 68). Junto a esto, durante el período de pandemia, y a pesar de la gran deserción de estudiantes que tuvieron algunos espacios curriculares, en términos generales, la matrícula global de la universidad experimentó un notable aumento. Sin embargo, al regresar a las clases presenciales, surgió un nuevo problema de infraestructura: la falta de aulas adecuadas para albergar a la creciente cantidad de estudiantes.

Figura 2
Evolución de Inscriptos en UNPaz.



Fuente: elaboración propia en base a los datos publicados por la UNPaz

La solución que implementó la universidad fue la de plantear modalidad híbrida en el desarrollo de los cursos. Prácticamente todas las materias, salvo las que involucran prácticas que requieran la presencialidad, incorporaron una combinación de clases presenciales y virtuales. En el caso de la materia en la que se inscribe esta propuesta, se implementó un modelo con 4 horas de clases presenciales y 2 horas de actividades virtuales cada semana, pudiendo estas últimas ser sincrónicas o asincrónicas. Un detalle no menor, es que la universidad estableció el modelo semipresencial solamente un par de semanas previas al inicio del ciclo lectivo 2022, lo que limitó la capacidad de reestructurar completamente la metodología por parte de los profesores. A pesar de 0esta restricción, la modalidad híbrida se consideró exitosa en materias con una carga superior a 4 horas semanales, y la universidad ha optado por mantener este enfoque en estos casos. En cambio, las materias con una carga horaria de 4 horas semanales o menos regresaron a un formato completamente presencial.

Dado que el espacio curricular al que se refiere esta propuesta consta de 6 horas semanales, se estableció de manera indefinida el modelo híbrido, con 4 horas de clases presenciales y 2 horas de actividades virtuales. Incluso si se considera un posible regreso a la modalidad presencial completa, es fundamental tener en cuenta las diversas realidades socioeconómicas que existen en la sociedad digital actual. Ignorar el papel de las TIC en la educación sería un error. Por lo tanto, cualquier desarrollo realizado en un modelo híbrido podría ser adaptado para su uso en una modalidad 100% presencial que no se apegaría a la metodología tradicional, sino que aprovecharía la educación mediada por la tecnología, incluso en un entorno físico.

En una entrevista dada a la Universidad Tecnológica Nacional San Francisco, Marcel Pochulu reflexiona diciendo que, si no se le da lugar a las TIC en el aula de matemática, metafóricamente hablando, terminamos siendo, “profesores del siglo XIX que enseñamos matemática de los siglos XVII y XVIII a alumnos del siglo XXI” (Pochulu, 2016). A pesar de que muchos estudiantes tengan un uso limitado de las TIC, no cabe duda de que, aun si se decidiera llevar a cabo una práctica en la que éstas no participen activamente en el aula, están siempre presentes, incluso si solo se manifiestan a través de las redes sociales.

Es en este contexto, donde se quiere aprovechar al máximo el uso de las herramientas digitales disponibles y mostrar a los y las estudiantes que, a pesar de la brecha social que los y las interpela, su uso es beneficioso, ya que estas “tecnologías constituyen nuevas estrategias para el aprendizaje, pues permiten generar condiciones tecnopedagógicas para que los estudiantes puedan vincularse de un modo sustancial con el contenido, propiciando la metodología de “aprender haciendo”” (Coicaud, 2017).

Al finalizar el primer cuatrimestre del 2023, se realizó una encuesta a estudiantes que estaban cursando la materia o que la habían cursado en los últimos dos años. Entre los resultados, se destaca que el 51,2% de la población corresponde a jóvenes menores de 25 años, principalmente mujeres (68%), quienes se encuentran trabajando, ya sea por cuenta propia o en relación de dependencia, y tienen acceso a internet en sus hogares. La encuesta también reveló que, según declaran, el principal uso que le dan a internet es para la comunicación, así como para actividades de entretenimiento, incluyendo el uso de redes sociales, la visualización de series o películas y escuchar música. En la situación actual, el uso de las TIC en las materias universitarias se limita en gran medida a su función como medio de comunicación y al uso de la plataforma proporcionada por la universidad, generalmente Moodle. En esta plataforma se almacenan archivos y se realizan actividades que, en esencia, son una extensión de las llevadas a cabo en clases presenciales, con un enfoque centrado en el uso del aula virtual como un simple repositorio.

Dado que "el establecimiento escolar ha dejado de ser el único canal a través del cual las nuevas generaciones acceden al conocimiento y la información" (Cabero Almenara, 2006, p. 4), se hace imperativa la integración de otras TIC, así como la adopción de nuevos enfoques en el uso de las tecnologías ya disponibles y de herramientas digitales de manera deliberada y planificada. Esta integración debería dirigirse a aprovechar plenamente el potencial que estas herramientas ofrecen, con el objetivo de promover un aprendizaje significativo de los contenidos académicos.

En esta estrategia de incorporación de escenarios y herramientas digitales, es fundamental considerar el público objetivo y tener en cuenta el campo de estudio de los estudiantes, empleándolo como base para "incorporar temas transversales y dinámicos en los planes y programas de estudio" (Chehaibar, 2020, p. 90). Esto contribuirá a fomentar un aprendizaje efectivo a través de una interacción armoniosa entre la forma y el contenido. Este enfoque plantea el desafío de "diseñar actividades que propongan la puesta en práctica de procesos cognitivos de distinto tipo por parte del alumno con el objeto de facilitar la construcción de conocimientos" (Eldestein, 2002, p. 474).

Es importante tener en cuenta que los y las estudiantes viven en contextos concretos y están inmersos en realidades tecnológicas y socioeconómicas específicas en sus respectivas ubicaciones geográficas. Están influenciados por diversos factores que trascienden la elección de su carrera. Por lo tanto, al diseñar la propuesta para un curso en modalidad híbrida en la enseñanza de matemáticas universitarias, es esencial considerar su realidad cotidiana y las múltiples conexiones que tienen con su entorno.

Esto implica incorporar actividades que reflejen situaciones reales relacionadas con sus áreas de interés, especialmente en el ámbito económico, para fomentar un enfoque aplicado y relevante hacia la matemática. La combinación de métodos presenciales y virtuales proporciona una mayor flexibilidad para adaptarse a las necesidades individuales de los estudiantes y permite aprovechar la tecnología como una herramienta para enriquecer la experiencia educativa, haciendo que los contenidos matemáticos tengan un significado tangible en su vida diaria. Así, al reconocer y atender las realidades únicas de los y las estudiantes, se busca promover una enseñanza más contextualizada y significativa que estimula su compromiso y comprensión en el proceso de aprendizaje. Esto implica adoptar un enfoque poderoso, como lo describe Maggio (2012), al pensar en la propuesta desde el contexto presente.

> Mirar el presente en términos de la enseñanza poderosa no quiere decir no reconocer el pasado o pensar el futuro. Bien al contrario, es enseñar en tiempo presente, plantados en el medio de la realidad y conscientes de ella, y no parados en el pasado del conocimiento o en el ideal de lo que nos gustaría que nuestros alumnos fueran, desarrollando marcos para el análisis del pasado y herramientas para la construcción del futuro que soñamos (p. 57)

El reconocimiento de estas realidades, en un entorno en el que las TIC desempeñan un papel constante, abre la posibilidad de reducir la brecha social y digital en el aula. Aprovechando la tecnología a la que tienen acceso los estudiantes, podemos facilitar un aprendizaje más significativo. Como señala Coll (2021, p. 118), "la capacidad mediadora de las TIC (…) se hace efectiva en mayor o menor medida, en las prácticas educativas que tienen lugar en las aulas en función de los usos que los participantes hacen de ellas".

Es fundamental, además, tener en cuenta las particularidades de la institución en la que se implementará la propuesta y de la materia en cuestión, con el fin de identificar las prácticas que son comunes dentro de la institución. En este contexto, se adopta la definición proporcionada por Godino (2017):

> Una institución está constituida por las personas involucradas en una misma clase de situaciones problemáticas; el compromiso mutuo con la misma problemática conlleva la realización de unas prácticas sociales que suelen tener rasgos particulares, y son generalmente condicionadas por los instrumentos disponibles en la misma, sus reglas y modos de funcionamiento. (p. 7)

Es importante destacar que la mayoría de los estudiantes de la UNPaz residen en las cercanías de la universidad, lo que conlleva una diversidad de situaciones socioeconómicas en esa área. Un dato significativo es que muchos estudiantes de carreras como Administración no tienen computadoras propias y, en su lugar, utilizan principalmente sus teléfonos móviles para actividades de entretenimiento. Se observa que menos del 50% de los estudiantes encuestados tienen acceso a una computadora propia en sus hogares, lo que representa una limitación importante en cuanto a su acceso a recursos digitales para sus estudios. Sin embargo, un 26,8% cuenta con acceso a una computadora familiar o tiene la posibilidad de utilizar una en sus lugares de trabajo, aunque esta disponibilidad puede no ser tan flexible y cómoda como tener una computadora personal. Esta situación plantea un desafío significativo en la propuesta de un curso en modalidad híbrida en la enseñanza de matemáticas universitarias.

La población a la que va dirigida esta propuesta se divide en dos grupos claramente identificables. Por un lado, existe un grupo de jóvenes que acaban de finalizar la escuela secundaria y tienen cierta familiaridad con las TIC, aunque su uso se limite, principalmente, a las redes sociales y algunas herramientas de oficina. Por otro lado, y en una proporción casi igual, se encuentra un grupo de adultos mayores de 30 años, con familias ya formadas, que aprovechan la oportunidad que les brinda la existencia de una Universidad Pública en las proximidades de sus barrios y cursan sus materias en el horario en el que sus hijos e hijas asisten a sus respectivas escuelas, ya sea de manera presencial o virtual. En estos casos, el uso de las TIC es bastante limitado, al igual que el tiempo libre del que disponen para tareas en sus hogares.

Este último grupo de estudiantes se enfrenta a otra dificultad con respecto a las clases presenciales, ya que por lo general no pueden cumplir con el horario completo de clases. En los turnos de la mañana y tarde, es habitual que lleguen tarde y salgan temprano para llevar y recoger a sus hijos e hijas de la escuela. En el turno vespertino, vienen directamente de sus trabajos, y es común que lleguen tarde al inicio de las clases o se vayan temprano debido al cansancio o a la necesidad de levantarse temprano al día siguiente. En este contexto, la educación híbrida, con un fuerte énfasis en lo virtual, facilita la situación, ya que:

> Lo relevante desde un punto de vista pedagógico, en consecuencia, no es el número de horas que están juntos en la misma clase el docente y el alumnado, sino la cumplimentación por parte de los alumnos de las tareas establecidas y tutorizadas (en muchos casos telemáticamente) por el docente. (Área Moreira y Adell Segura, 2009, p. 395)

Por lo tanto, aunque no se pueda modificar la distribución de horas entre clases presenciales y virtuales, al centrarse en clases que fomentan un mayor nivel de autonomía, sin una rigidez excesiva en cuanto a los horarios (tanto en la presencialidad como en la virtualidad) se crea un entorno que tiene en cuenta a los y las estudiantes que enfrentan problemas de horarios y acceso a las TIC.

2 - PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Dado todo lo anterior, diseñar una propuesta de educación híbrida, no solo es necesario sino también urgente. Manuel Área Moreira, en una entrevista, define este enfoque educativo como aquel que “deja de ser exclusivamente en espacios físicos o exclusivamente en espacios virtuales, sino que se produce una mezcla” (Moreira, 2020, como se citó en Kap, 2020, p. 98). Destaca, en particular, que no se debería considerar el espacio virtual como un mero accesorio, sino que “el espacio virtual tiene tanto o más relevancia en el proceso formativo que el aula física” (p. 98). Por lo tanto, es fundamental rediseñar el modelo de clases para aprovechar las ventajas de esta modalidad en aras de un aprendizaje significativo.

La primera necesidad fue adaptar la materia a una modalidad semipresencial, sin tiempo previo para crear una propuesta didáctica adecuada para esta nueva distribución. La solución inicial implicó una mezcla de recursos utilizados en la modalidad presencial (material de elaboración propia para trabajo colaborativo) con recursos generados durante la virtualidad, sin una evaluación adecuada de sus potencialidades. Por lo tanto, es esencial revisar y reestructurar estos recursos para aprovechar las ventajas de cada sistema y diseñar un enfoque que sea más que la suma de sus partes.

Junto al problema de adaptarse a la modalidad de trabajo, también se debe plantear la pertinencia de los temas y conceptos que se vienen dictando desde el inicio de la universidad. No solo se trata de amalgamar ambas modalidades sino de replantearse si los temas que se están presentando son o no pertinentes a esta población de estudiantes del siglo XXI y, en caso de ser pertinentes, diseñar una manera que les resulte cercana respecto de su cotidianidad.

El problema radica en la falta de una propuesta didáctica específicamente diseñada para la modalidad híbrida. Se necesita reestructurar la materia en su conjunto mediante un uso activo del aula virtual, adoptando una metodología mixta. Dado que la universidad proporciona acceso a Internet y áreas equipadas con computadoras, es factible desarrollar esta modalidad. Los y las estudiantes pueden optar por acceder desde sus propias computadoras o dispositivos, mientras que quienes que no cuenten con esta opción pueden utilizar los recursos proporcionados por la universidad.

Además, es fundamental incorporar un elemento de flexibilidad que permita a los y las estudiantes que no pueden seguir un sistema presencial estricto debido a sus responsabilidades familiares o laborales, o que no tienen un conocimiento sólido de las TIC, participar en igualdad de condiciones.

Dado que los y las estudiantes no son de carreras inherentemente relacionadas con las TIC, es necesario adoptar un enfoque más activo en cuanto al uso de las herramientas digitales. Enseñar en la era digital requiere un cambio de paradigma con respecto al modelo educativo tradicional y no implica simplemente trasladar ese mismo modelo a un entorno virtual. Como señala Maggio (2012), "el enfoque que el docente adopta en este tema, enriqueciéndolo, amplía su relevancia social y cultural" (p. 130). Esto se alinea con los principios fundamentales de la universidad, que se define como “una institución abierta a las demandas de su tiempo y su entorno, en el contexto más amplio de la cultura nacional a la que se compromete a servir y enriquecer con su labor" (UNPAZ, 2015, p. 2).

3 - OBJETIVOS

3.1 - Objetivo general

Diseñar e implementar un modelo de enseñanza híbrida didácticamente idóneo para ser aplicado en la materia Matemática 2 de la carrera de Licenciatura en Administración en la Universidad Nacional de José C. Paz.

3.2 - Objetivos Específicos

- Identificar las fortalezas de las modalidades presenciales y virtuales presentes en el planteo de un modelo de enseñanza híbrida.
- Desarrollar actividades mediadas por las TIC que permitan generar en los y las estudiantes autonomía en su propio aprendizaje.
- Analizar la idoneidad didáctica de las actividades y del modelo diseñado desde el enfoque ontológico semiótico.

4 - MARCO TEÓRICO

Esta sección se dividirá en tres partes distintas. El primer bloque se enfocará en los antecedentes y fundamentos que respaldan muchas de las decisiones tomadas en esta propuesta.

Los siguientes apartados comprenderán los conceptos y modelos teóricos que sustentan esta propuesta. Esta parte se subdividirá en dos bloques para organizar de manera más efectiva los conceptos relacionados con la didáctica y enseñanza de la matemática, así como aquellos que se refieren a modelos que involucran el uso de las TIC o conceptos de didáctica más general. Dado que el objetivo principal de esta propuesta es diseñar un enfoque en modalidad híbrida, comenzaremos con el bloque que trata sobre los conceptos de educación mediada por la tecnología y, posteriormente, abordaremos los modelos de enseñanza específicos de matemáticas que se integrarán en la propuesta.

4.1 - Antecedentes y Fundamentos

4.1.1 - Matemática en Carreras de Administración

Es común en la literatura especializada sobre enseñanza de la matemática que muchos autores destaquen la importancia de que las prácticas docentes partan del reconocimiento de que el estudiantado está inmerso en un contexto específico que está estrechamente relacionado con la aplicabilidad de las matemáticas en las carreras elegidas. Incluso, Suárez Rincón (2018) señala que un gran número de estudiantes considera la cantidad de matemáticas en su elección de carrera como un factor decisivo. Además, señala que, en el caso de los estudiantes de carreras como Administración o Ciencias Económicas, existe cierto escepticismo acerca de la "aplicabilidad y utilidad en la vida profesional de los conceptos presentes en estas disciplinas", lo que influye directamente en su motivación hacia el aprendizaje del cálculo y el álgebra (Suárez Rincón, 2018, p. 80).

Este enfoque se relaciona con el hecho de que, a lo largo de la historia, las clases de matemática en la universidad se han llevado a cabo de manera aislada y, en ocasiones, desconectadas de las aplicaciones y situaciones real. En este contexto, Abrate et al. (2007) observan y se plantean la cuestión de cuánto logran los y las estudiantes establecer conexiones entre el Análisis Matemático y otras disciplinas de su campo profesional. Posteriormente, estos investigadores llegan a la conclusión de que los y las estudiantes

> no aprecian al Análisis Matemático como herramienta en tanto no establecen relaciones con otras áreas de su campo de formación; ni como objeto, pues no logran apropiarse del conocimiento matemático en sí, en la medida que no reconocen conceptos básicos de la asignatura (Abrate et al., 2007, p. 61).

Para que los y las estudiantes puedan comprender y aplicar el conocimiento matemático en el contexto de la Administración y las Ciencias Económicas, es fundamental realizar una revisión exhaustiva de los conceptos y temas que se enseñan. A menudo, en las clases de matemáticas de nivel superior, se pierde de vista la génesis de los conceptos matemáticos, olvidando que "todo desarrollo matemático tiene sus raíces en requisitos más o menos prácticos. Pero una vez iniciado bajo la presión de aplicaciones necesarias, inevitablemente gana impulso por sí mismo y trasciende los confines de la utilidad inmediata" (Stewart, 2006, p. 35).

Por lo tanto, es esencial recordar que muchos conceptos matemáticos surgieron a partir de aplicaciones prácticas y que se formalizaron posteriormente como contenidos abstractos para su aplicación. Por ejemplo, el número "e" se originó en una aplicación económica, al imaginar que una unidad monetaria se depositaba a un interés del 100% por un tiempo indefinido. Ignorar esta génesis histórica y creer que basta con afirmar que "e" es un número irracional resulta insuficiente. La humanidad dedicó años y siglos al desarrollo de ciertos conceptos matemáticos, y es probable que los estudiantes también enfrenten desafíos similares en su comprensión.

Además de reconocer los orígenes y las aplicaciones que dieron lugar a los temas y conceptos que se abordan en las clases, es crucial cuestionar si estos contenidos son pertinentes para los estudiantes del siglo XXI.

En un mundo profundamente influenciado por la tecnología, sigue siendo común formar a profesionales como si estuvieran a punto de desempeñarse en el siglo XVIII o XIX. Para ilustrar esta cuestión, Pochulu (2016), en una entrevista, plantea el siguiente ejemplo:

> Por mencionar un ejemplo, y con esto no digo que no haya que enseñarlo: me voy a esforzar por enseñarle a los chicos de la Licenciatura de Administración Rural el Polinomio de Taylor, con el cual aproximo una función en el entorno de un punto. La pregunta es: en esta época, para qué querría una función cambiarla por un polinomio que me da error, cuando tengo cualquier software que me lo está haciendo casi de manera exacta. (Pochulu, 2016).

Este ejemplo destaca la necesidad de replantear la forma en que se enseñan ciertos contenidos matemáticos en un mundo donde la tecnología ofrece soluciones más precisas y eficientes.

Como se plantea, no se trata necesariamente de evitar enseñar ciertos contenidos matemáticos, sino de revisar por qué es necesario hacerlo y cómo se debe abordar. La revisión de los temas debe conducir al diseño de currículos que se ajusten al por qué se están enseñando, incorporando aplicaciones en áreas como finanzas, logística y marketing, de modo que se reduzca la incertidumbre de su aplicabilidad y se aumente la motivación y actitud de los estudiantes hacia las matemáticas (Suárez Rincon, 2018).

Además de estos trabajos realizados por diversos autores, es importante considerar que existen estándares y regulaciones en ciertas carreras, según los parámetros establecidos por el Ministerio de Educación de la Nación. En particular, se ha establecido una serie de carreras que han sido declaradas de interés público, incluidas en el artículo 43º de la Ley de Educación Superior Nº 24.521. Por ejemplo, la carrera de Contador Público pasa por procesos de acreditación para garantizar una formación de excelencia. Aunque las carreras de Administración no están sujetas a estos procesos de acreditación, es común que muchos y muchas estudiantes, habiendo completado o no la misma, utilicen esta formación como base para continuar su formación como Contador Público. Por lo tanto, es importante tener en cuenta los estándares de calidad establecidos para la carrera de Contador Público, como los definidos por la Comisión Nacional de Evaluación y Acreditación Universitaria (CONEAU).

Al tener esto en cuenta, se puede considerar que, si se busca que la carrera de Administración mantenga un nivel elevado, es importante tener presentes los estándares que se exigen para la carrera de Contador Público, en particular, la CONEAU establece que,

> el aprendizaje constituye un proceso de reestructuraciones continuas, que posibilita de manera progresiva alcanzar niveles cada vez más complejos de comprensión e interpretación de la realidad. En ese sentido, es importante considerar desde el inicio de la carrera los aportes que las distintas áreas curriculares realizan a la formación integral, relacionando los aspectos teóricos con los prácticos, ya sea que estén vinculados o no con la práctica profesional. (Ministerio de Educación, 2017, p. 9 (Anexo))

En consonancia con los autores antes mencionados, el criterio que establece el Ministerio de Educación destaca la importancia de que los aspectos teóricos (aun en las primeras materias) se vinculen con los aspectos prácticos y, por lo tanto, aplicados. Y más adelante, agrega que "el diseño de actividades de aprendizaje debería tender a un trabajo de análisis y reelaboración conceptual que permita su transferencia al campo profesional" (p. 9 (Anexo)).

Todo esto implica una selección de contenido y de aplicaciones adecuadas y pertinentes para el contexto. La clave radica en ofrecer un contenido relevante y aplicable, evitando enseñar conceptos matemáticos solo porque son "lindos" o que no tengan una conexión clara con las necesidades específicas de los y las estudiantes en su campo de estudio.

Además, a nivel mundial, existe una tendencia a seguir el sistema de enseñanza y desarrollo basado en competencias, que actualmente se está implementando en Argentina, particularmente en las carreras de ingeniería. Estas competencias se refieren a habilidades complejas e integradas relacionadas con el conocimiento y el entorno profesional. Se dividen en competencias generales, como las Tecnológicas y las Sociales, Políticas y Actitudinales, y competencias específicas para cada carrera. Este enfoque requiere que los y las docentes no solo identifiquen lo que el estudiantado debe saber de una materia, sino que también definan lo que debe ser capaz de hacer y cómo debe comportarse para acreditarlo.

En lugar de abrumar a los y las estudiantes con una gran cantidad de contenido, la estrategia óptima es mantenerse enfocado y claro, priorizando los conceptos y temas con una aplicación clara en su futura profesión. La simplicidad y la concisión en la presentación de los contenidos pueden facilitar un aprendizaje sólido y duradero, permitiendo a los y las estudiantes comprender y asimilar mejor los conceptos fundamentales. En este sentido, "mantenerse mínimo no significa enseñar menos, al contrario, puede ser la clave para un aprendizaje sólido y duradero" (Maggio, 2022, p. 37), especialmente cuando se busca la aplicabilidad y significado de lo aprendido.

4.1.2 - Matemática en la UNPaz

La UNPaz fue creada en 2009 bajo la Ley N.º 26.577, y en 2011, se nombró al primer rector organizador, marcando el inicio del desarrollo del primer curso de ingreso conocido como el Curso de Ambientación Universitaria (CAMU), que precedió al inicio de las primeras carreras, incluyendo la Licenciatura en Administración.

Es relevante destacar que en la zona de influencia de la UNPaz existen otras dos universidades nacionales que también ofrecen programas académicos en Administración: la Universidad Nacional de General Sarmiento (UNGS) y la Universidad Nacional de Luján (UNLu) a través de su Facultad Regional San Miguel. En ese momento, cada una de estas universidades tenía un perfil y enfoque diferente para sus programas de Administración.

La UNGS, por ejemplo, ofrecía exclusivamente la Licenciatura en Administración Pública, mientras que la UNLu tenía un enfoque más empresarial y tradicional en sus programas, centrándose principalmente en la Licenciatura en Administración de Empresas. Esta carrera compartía una gran cantidad de materias con la de Contador Público, y era común que los y las estudiantes optaran por cursar ambas.

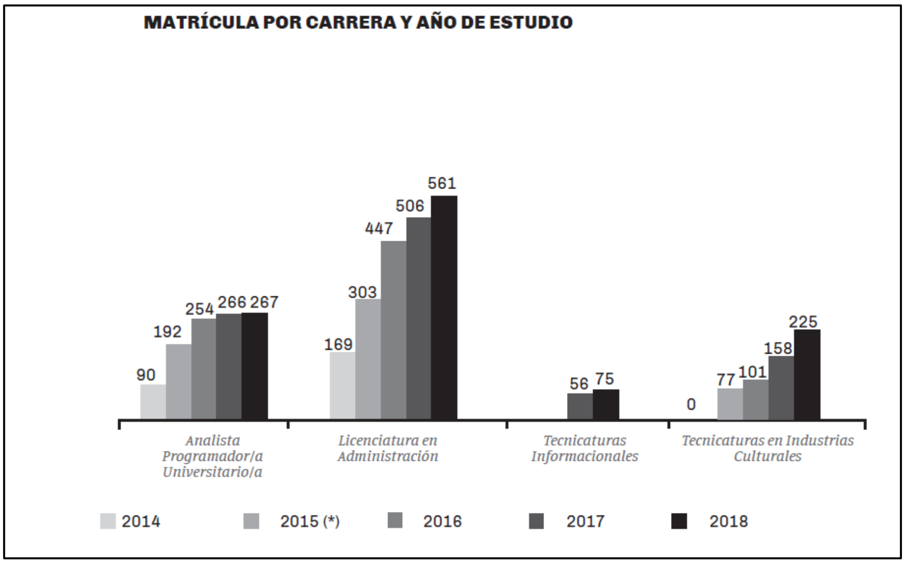
En este contexto, la UNPaz presentaba una propuesta de tronco común en Administración, seguida de tres orientaciones específicas: Administración Pública, Administración de Empresas y Administración de Organizaciones No Gubernamentales (ONGs). Esta estrategia permitía a los estudiantes no tener que elegir una orientación específica al momento de ingresar, lo que podría haber sido un factor atractivo para quienes la elegían.

A pesar de la competencia con otras universidades en la misma área geográfica, la UNPaz fue bien recibida por la comunidad. Muchos estudiantes la eligieron debido a su proximidad y destacaron la relación cercana y cálida entre docentes y estudiantes, lo que enriqueció su proceso de aprendizaje.

Esta cercanía y atención personalizada pueden haber sido factores determinantes en la popularidad de la UNPaz y en su capacidad para atraer a un número significativo de estudiantes en sus programas de Administración. Es fundamental reconocer cómo las características únicas de una institución, su enfoque pedagógico y la relación dentro de la comunidad educativa, pueden influir en las decisiones de los estudiantes y en su experiencia de aprendizaje. Como se muestra en la Figura 3, la matrícula ha experimentado un crecimiento constante, incluso en los primeros años de su existencia.

Figura 3

Matrícula por Carrera en los primeros años de la UNPaz



Fuente: Memoria UNPAZ 2018.

En el primer curso de ingreso, se abordaban los contenidos mínimos establecidos en los planes de estudio de matemática de nivel medio de la Provincia de Buenos Aires. Esta etapa incluía la revisión de conceptos generales relacionados con el tema de funciones. Luego, los temas tratados en las materias siguientes, Matemática 1 y Matemática 2, se basaban en estos fundamentos previamente establecidos en el curso de ingreso. Matemática 1 se dividía en dos bloques: álgebra, que abarcaba nociones de sistemas de ecuaciones, matrices y determinantes, y el primer tema de Análisis Matemático, que se centraba en límites. Matemática 2, por su parte, se centraba en los temas de Continuidad, Derivabilidad e Integración.

En abril de 2014, la UNPaz designó un nuevo rector y vicerrector normalizadores, lo que marcó el comienzo de una nueva etapa. A finales de 2015, tras la realización de la primera Asamblea Universitaria, se eligió y designó al primer rector y se elaboró un plan de desarrollo institucional para el período 2016-2020. Este plan incluía una nueva propuesta para el curso de ingreso a la Universidad llamada Ciclo de Ingreso Universitario (CIU), que se ajustaba al principio de acceso irrestricto previsto en la Ley de Educación Superior 24.521.

Con la implementación del nuevo ingreso, ya no se ofrecía una materia de matemática específica que abordara temas relacionados con funciones. En cambio, se adoptó una dinámica diferente en la que se trabajaban herramientas matemáticas que permitían la resolución de problemas, independientemente de la carrera elegida. Para aquellas carreras que requerían conceptos previamente cubiertos en el CAMU, estos temas tuvieron que ser incorporados a las materias propias de la carrera.

A partir de 2016, Matemática 1 se vio obligada a incluir el tema de generalidades de funciones, además de los temas previamente establecidos. A medida que se realizaban estos cambios, se trasladó la unidad de límites a Matemática 2. Es importante señalar que los conceptos relacionados con funciones matemáticas se encuentran en los contenidos mínimos definidos en los planes de estudio de matemática para el nivel medio en la Provincia de Buenos Aires. A pesar de esto, la mayoría de los estudiantes que ingresaban a la UNPaz afirmaban no haber trabajado ni visto estos conceptos durante su educación secundaria.

Además, en línea con las observaciones de otros autores que han analizado la enseñanza de la matemática en programas de Administración, se detectaron dificultades similares, que incluyen factores "respecto a las actitudes y motivación de los estudiantes, falta de hábitos de estudio, prácticas docentes con potencial de actualizarse y contextualizarse, un currículo poco flexible y poco contextualizado, bajo desarrollo del pensamiento matemático, entre otros" (Suárez Rincon, 2018, p. 85)

Así, hasta el momento del cambio del curso de ingreso en 2016, las dos materias seguían una modalidad tradicional, sabiendo que, "En las propuestas de sesgo clásico el corazón es la explicación. La explicación del conocimiento construido, transmitido por el docente, seguido de su aplicación y verificación a través de la evaluación" (Maggio, 2022, p. 105). En estas clases los ejercicios, mayormente, estaban fuera de contexto y solo de manera ocasional, algunos aplicados. Estos ejercicios en contexto terminaban siendo, en definitiva, un modo de ilustrar los temas matemáticos abstractos, en lugar de ser los que dirijan el camino didáctico.

Figura 4
Hoja de Práctica de Matemática 2 (año 2013)

Matemática II- Licenciatura en Administración – Universidad Nacional de José C. Paz

Práctica 1: Continuidad

Ejercicio n° 1: Estudiar la continuidad de las siguientes funciones en los puntos indicados:

(a) $f(x)=\frac{1}{x-2}-3x$ en $x_0=2$ y $x_0=1$.

(b) $f(x)=\frac{x+1}{x^2-4x+3}$ en $x_0=-1$ y $x_0=2$.

(c) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-1}{x+1} & x<-1\\ x^2-3 & x\geq -1\end{cases}$ en $x_0=-1$.

(d) $f(x)=|x-1|$ en $x_0=1$.

(e) $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$ en $x_0=0$.

(f) $f(x)=\begin{cases}\frac{x-2}{x^2-4} & x>2\\ \frac{1}{4} & x=2\\ x^3-\frac{31}{4} & x<2\end{cases}$ en $x_0=2$.

Ejercicio n° 2: Estudiar la continuidad de las siguientes funciones en su dominio y clasificar los puntos de discontinuidad en esenciales o evitables. Si fuera posible redefinir las funciones para que resulten continuas:

(a) $f(x)=\begin{cases}x & x<0\\ x^2 & 0\leq x<2\\ 2 & x\geq 2\end{cases}$

(b) $f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}-1}$

(c) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2+3x+2}{x+1} & x>-1\\ 1 & x=-1\\ e^{\frac{1}{x+1}}+2x+3 & x<-1\end{cases}$

(d) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-4}{x-2} & x>2\\ 3 & x=2\\ x^3-4 & x<2\end{cases}$

(e) $f(x)=|3x+1|$

Año 2013 Pág. 1 de 2

En la Figura 4 se presenta una muestra de una hoja típica de ejercicios de práctica, en este caso relacionados con el tema de la continuidad. Es evidente que no se incluye ningún ejercicio que tenga aplicaciones en el ámbito de la administración o la economía. En lugar de ello, los ejercicios se centran en el análisis de la continuidad de varias funciones en puntos específicos o en sus dominios naturales, manteniendo la tradicional abstracción que caracterizaba a la matemática en la UNPaz en ese momento.

Sin embargo, se tomaron medidas para introducir cambios en la metodología de la materia Matemática 2, aprovechando los cambios que se estaban produciendo en la universidad. Se desarrolló un apunte de clase con dos objetivos principales. En primer lugar, se buscaba modificar la dinámica de las clases, reemplazando la exposición tradicional de los docentes por un enfoque tipo taller. En este nuevo enfoque, los y las estudiantes trabajarían en grupos con el apunte, siguiendo un enfoque más interactivo que los alentaba a abordar los contenidos de manera activa.

En segundo lugar, el apunte se diseñó para contextualizar los conceptos matemáticos en el contexto de la administración y la economía. Esta contextualización tenía como objetivo fomentar la construcción de significado en los estudiantes, promover el pensamiento crítico y la resolución de problemas, y alejarse de la simple memorización, siguiendo las recomendaciones de Suárez Rincon (2018).

Estos cambios en la metodología y el enfoque pedagógico llevaron a modificaciones en el contenido de la materia. Por ejemplo, se reorganizó el orden de los temas, comenzando por el estudio de la continuidad antes de abordar el tema de los límites. Además, la mayoría de los conceptos matemáticos se presentaron de manera contextualizada.

Un ejemplo concreto de esta contextualización fue el enfoque en el tema de la continuidad. En lugar de presentar este concepto de manera abstracta, se introdujo a través de un caso de estudio: la resolución 125/08. Aunque esta resolución no se convirtió en ley, se utilizó como un caso práctico. Se discutió en relación con las retenciones, que se definían como un impuesto sobre la exportación de productos agrícolas, y las alícuotas, que se referían al porcentaje del impuesto. Esta aproximación permitió a los estudiantes relacionar los conceptos matemáticos con situaciones de la vida real en el campo de la administración y la economía.

Figura 5

Extracto del apunte de Matemática 2 (2016). Caso Resolución 125/08

$$d = \frac{VB + AM(FOB - VC)}{FOB} \cdot 100$$

d = alícuota del derecho de exportación
VB = Valor Básico
AM = Alícuota Marginal.
VC = Valor de Corte

Además, y para complementar la información, los valores necesarios para el cálculo de la alícuota en función del precio FOB, están determinados por el artículo 4, que establece:

> *Artículo 4 - Los valores expresados en la fórmula definida en el Artículo 1 de la presente resolución aplicables a [la soja] surgirán de la tabla que se consigna a continuación, para cada rango de precios FOB oficiales:*

Rango de precios FOB (USD/ton)		VB	AM	VC
Más de	A			
0	200	0	0,235	0
200	300	47	0,38	200
300	400	85	0.58	300
400	500	143	0.72	400
500	600	215	0.81	500
600	en adelante	296	0.95	600

La Resolución 125/08 proponía un enfoque de alícuotas donde la alícuota se consideraba una variable dependiente del precio FOB (Free On Board), que es el precio oficial de los productos exportables. La fórmula para calcular esta variable se presentaba en la Figura 5, junto con una tabla que proporcionaba la resolución. Esta tabla permitía calcular el porcentaje a tributar para diferentes valores del precio FOB, específicamente en el caso de la soja.

Desde una perspectiva matemática, este enfoque correspondía a una función partida o en ramas. El objetivo era guiar a los estudiantes hacia la comprensión del concepto de continuidad a medida que respondían preguntas que se planteaban en relación con esta situación específica.

La metodología de enseñanza cambió significativamente desde entonces hasta el año 2020. El enfoque se centró en redirigir la enseñanza de la matemática desde lo formal y teórico hacia lo aplicado, enfocándose en la actualización y contextualización del plan de estudios. Aunque no se eliminaron por completo las clases expositivas y los ejercicios fuera de contexto, ya no predominaban en la metodología. Se buscó una transición gradual para evitar que un cambio abrupto generara un rechazo completo por parte de los y las estudiantes, tradicionalmente habituados a esa modalidad desde materias anteriores.

En lugar de centrarse en preguntas como "¿Qué cuenta hay que hacer para resolver el problema?", se alentó a los estudiantes a comprender la situación y pensar en enfoques para abordarla, después de todo, “nuestros cerebros no son como los ordenadores, que trabajan sistemática y lógicamente. Son máquinas de metáforas, que saltan a conclusiones creativas y posteriormente las apuntalan con argumentos lógicos” (Stewart, 2006, p. 33). Se fomentó el pensamiento creativo y la colaboración en grupo, lo que permitió el desarrollo de habilidades tanto dentro de la disciplina como en términos más generales. Eso les permitió explorar colaborativamente, en el aula, las consignas y proponer distintos abordajes que, más adelante, serían analizados en una puesta en común y formalizados. Se trataba de aprender haciendo y el haciendo en grupo, entre todos y todas, buscando desarrollar habilidades, no solo dentro de la disciplina, sino también más transversales.

Desde ese momento, y hasta el 2020, se estuvo trabajando con esa modalidad, que tenía como foco “redireccionar la enseñanza de las matemáticas desde lo formal y lo teórico hacia lo aplicado, por medio de la actualización y contextualización del currículo” (Suárez Rincon, 2018, p. 87).

A pesar de estos cambios, la abstracción matemática no se eliminó por completo, y se buscó un equilibrio entre ambos enfoques. Sin embargo, la necesidad de incorporar más recursos digitales se hizo evidente cuando la materia tuvo que ser virtualizada debido a la pandemia de COVID-19 y al posterior cambio a la modalidad híbrida. Hasta ese momento, solo se utilizaba GeoGebra como herramienta para graficar funciones y realizar algunas operaciones, sin aprovechar plenamente el potencial de los recursos digitales.

4.1.3 - Actitudes frente a la matemática

Dentro de la literatura relacionada con la enseñanza de la matemática en general y las carreras vinculadas a las ciencias económicas en particular, existen numerosos estudios que exploran la relación entre la actitud de los estudiantes hacia esta disciplina y su rendimiento académico. Por ejemplo, se pueden destacar propuestas como la de Auzmendi (1992), que se centra en caracterizar y medir las actitudes hacia la matemática en niveles de educación secundaria y universitaria. Estos estudios y otros posteriores han identificado una relación entre la actitud de los estudiantes y los resultados académicos que obtienen.

Es fundamental definir qué se entiende por "actitud" en este contexto. En términos generales, y para los fines de este trabajo, "las actitudes se conciben como una predisposición con una cierta carga emocional que influye en la conducta" (Auzmendi y Flores, 2018, p. 233).

Numerosos estudios reconocen la importancia de considerar cuestiones específicas que dividen las actitudes hacia la matemática en dos categorías: actitudes *hacia la matemática* y *actitud matemática*. Por ejemplo, Auzmendi y Flores (2018, p. 234) expresan:

> Actitud hacia las matemáticas se refiere a la valoración, el aprecio, la satisfacción, la curiosidad y el interés tanto por la disciplina como por su aprendizaje, acentuando más el componente afectivo que el cognitivo. Por su parte, las actitudes matemáticas, tienen un marcado componente cognitivo. Engloban el manejo de capacidades cognitivas generales como la flexibilidad y la apertura mental, el espíritu crítico y la objetividad, aspectos importantes en tareas matemáticas.

En muchos de estos estudios, se observa que, en una gran cantidad de casos, los y las estudiantes perciben a la matemática como una materia difícil que les genera ansiedad y, en ocasiones, frustración. A pesar de reconocer su utilidad, a menudo les resulta complicado expresar en qué medida o cómo podrán aplicarla. Esto se suma a que "las actitudes no son únicamente creencias sobre un objeto determinado acompañadas de un afecto respecto al mismo, sino disposiciones a reaccionar ante un estímulo" (Auzmendi y Flores, 2018, p. 234). Este aspecto actitudinal está directamente relacionado con los resultados académicos que los estudiantes obtienen. Para asegurar que no exista una actitud que les impida alcanzar los objetivos académicos requeridos, es fundamental que el estudiantado se sienta competente para aprender, comprenda los contenidos que se trabajan en clase y cuente con un entorno en el aula que estimule y motive su participación.

En el contexto específico de la materia de matemática que se aborda en este trabajo, derivado de la interacción con estudiantes, se pueden obtener conclusiones que resultarían de interés en relación con las actitudes. Como se mencionó en secciones anteriores, la materia ya se impartía en un formato de taller, lo que significa que estaba enfocada en el trabajo de los y las estudiantes. A pesar de que no se encontraba en un formato híbrido ni se utilizaban tantos recursos digitales, el aspecto actitudinal ya había experimentado cambios significativos en comparación con las clases tradicionales. Al finalizar cada cuatrimestre, se propone a los y las estudiantes una breve actividad de metacognición con el objetivo de que reflexionen sobre su trayectoria. Se les pide que respondan a dos conjuntos de preguntas:

- ¿Qué es lo que más les gustó y lo que menos les gustó de la cursada y cómo creen que se podría mejorar?
- 3 cosas que aprendieron, 2 cosas que les sorprendieron y 1 en la que deberían mejorar.

En cuanto a la primera pregunta, la mayoría de las respuestas obtenidas refieren a comparaciones con otras materias (de modalidad tradicional y expositiva) y destacan la manera de trabajo no expositivo. Estas respuestas se refuerzan con la segunda consigna, donde se encuentran respuestas del tipo: "Aprendí que no son esenciales las clases explicativas (me asusté mucho al principio cuando lo dijo, pero me di cuenta de que es verdad) y que la matemática puede ser aplicada, divertida y fácil[1]". Entre las respuestas se pueden observar los cambios en lo actitudinal, en el susto inicial sobre la carencia de las clases expositivas y la situación final que revierte ese miedo:

[1] Respuesta dada por Karen L.

“Sin darme cuenta, aprendí que amo las matemáticas, que, aunque parecían muy complicadas, fue tan entretenido, que ni me di cuenta de que iba aprendiendo[2]” o “Algo que pude hacer fue interpretar límites y funciones en gráficos, aunque no se pidiera el gráfico, lo hacía igual y todo cerraba. Me sentía un genio por un rato[3]”.

Todo esto, sumado al hecho de que la mayoría declara que, en la escuela media, no le gustaba matemática, le resultaba difícil y que debía recurrir a ayuda externa; está en consonancia con las conclusiones que se desprenden en los trabajos que vinculan las relaciones entre las actitudes y los resultados. Como explican Veliz y Pérez (2004):

> La recepción de los contenidos por parte de los alumnos, la comprensión de la información que reciben, el sentimiento de competencia para el aprendizaje expresado por su seguridad, y el gusto por la materia, tienen una asociación significativa con el rendimiento, aunque la magnitud de cada aspecto sobre la variable rendimiento es diferente. (p. 416)

De esta forma se puede observar que un cambio en las actitudes de los y las estudiantes hacia la matemática responde, directamente, a un cambio en la manera de plantear las clases, evitando la modalidad tradicional y expositiva (en exclusividad) que, parece, mantener las sensaciones de miedo e inseguridad que, por lo tanto, influyen negativamente en su aprendizaje.

Por tal motivo, "es necesario que los alumnos se sientan competentes para aprender, comprendan los contenidos que se trabajan en clase, cuenten con un ambiente en el aula que estimule y motive sus participaciones" (Veliz y Pérez, 2004, p. 416) ya que, en definitiva, “Las matemáticas no son un deporte para espectadores” (Stewart, 2006, p. 35). Es muy importante que los y las estudiantes comprendan que, la matemática está a su alcance, que está en su cotidianidad y que se construye a fuerza de observaciones, preguntas y repreguntas y de manera social. Que muy pocos elegidos en la historia fueron capaces de desarrollar cosas, aislados y solos. El ser humano, es un ser social y por eso es social, también, la matemática.

4.1.4 - Intervenciones docentes

El factor actitudinal está estrechamente relacionado con las intervenciones docentes en el aula de matemática. Ya sea en un entorno de enseñanza presencial o virtual, estas intervenciones deben estar en línea con el tipo de trabajo y las decisiones didácticas adoptadas. Por lo tanto, en una clase de matemática, la forma en que el docente interviene depende en gran medida de su concepción de la materia y de su enfoque para la enseñanza de esta ciencia.

En toda perspectiva constructivista de enseñanza y aprendizaje de la matemática se sostiene que hacer matemática se acerca al modo de trabajo del matemático, quien no sabe cosas, indaga, explora, ajusta hipótesis, se contesta lo que no sabía, si puede, y así avanza. En perspectivas de tipo conductista, el profesor tiene un saber acabado que intenta pasarle a sus alumnos. En este último enfoque no sería razonable que el profesor se planteara que no sabe algo, mientras que en el primero sería tan común desconocer o no saber que naturalmente diríamos "no sé, veamos en la clase" (Rodríguez, 2017, p. 96).

[2] Respuesta dada por Roxana M.
[3] Respuesta dada por Valentín S.

En muchas de las clases de modalidades no tradicionales, como la que se plantea en la presente propuesta, la construcción del conocimiento se enfoca en la interacción entre los actores con el material y en el razonamiento que los y las estudiantes van formando que permite asimilar ciertos conceptos e ideas. De esta forma, el aprendizaje "no se entiende como una mera traslación o transposición del contenido externo a la mente del alumno, sino como un proceso de (re)construcción personal de ese contenido" (Onrubia, 2005, p. 3).

Sin embargo, la sola interacción del estudiantado con el contenido, con el material y con los recursos que se le ofrezcan, no garantiza, por si sola, la construcción de este conocimiento, "el elemento que debe tratar de facilitar esas formas óptimas de construcción no es otro que la ayuda educativa ofrecida por el profesor" (Onrubia, 2005, p. 5).

La asistencia brindada por el o la docente no debe subestimarse, ya que las intervenciones que realice desempeñarán un papel crucial en la construcción del aprendizaje por parte de los y las estudiantes. Por lo tanto, en esta propuesta, se tomarán como pautas los criterios de intervención en las clases de matemáticas presentados por Rodríguez (2017).

Esta serie de criterios parte de dos principales y rectores a los que, después, seguirán otros. Estos son:

- Tratar de que nuestros estudiantes se den cuenta por sí solos de cómo es la respuesta de lo que sea que nos pregunten
- Tratar de entender qué pensó el alumno antes de intervenir.

Con estos dos criterios rectores se busca que las intervenciones no respondan directamente si algún razonamiento es o no correcto, sino ayudar a que los y las estudiantes puedan determinarlo por su cuenta. Para esto, es importante, el segundo criterio, ya que en función del razonamiento que haya hecho, se puede hacer alguna intervención de manera personalizada y pertinente. En caso contrario, serán respuestas predeterminadas que podrían no ayudar.

Tras identificar estos criterios, se presentan otros que permiten anticipar algunas intervenciones, y son:

- Evitar que nuestra respuesta le dé al estudiante más información que la que su pregunta contiene.
- Intervenir desde la lógica que siguió el estudiante.
- Una única intervención no siempre resuelve la duda del estudiante.
- Si el alumno no logra avanzar con nuestras intervenciones, podemos pensar hacia dónde queremos llevar el razonamiento del alumno, cuál será nuestra estrategia y, a partir de allí, intervenir.
- Estimular en el estudiante el desarrollo de estrategias de autocontrol.
- No intervenir solo cuando lo que el estudiante hizo está mal. Es decir, pedir explicaciones aun cuando la respuesta sea correcta.
- Acostumbrarnos a intervenir pidiendo explicaciones, preguntando por qué, qué significa…

- No abandonar una intervención (aunque pase rato entre un diálogo y otro) hasta que haya quedado resuelto el problema que detectamos en el alumno.
- Intervenir sobre cada error que veamos, aunque no haya sido objeto de la pregunta del estudiante (pulir el lenguaje, sea oral o escrito, la escritura simbólica, los gráficos, etcétera.

Estos criterios, que no son exhaustivos, se manifiestan a través de diferentes estilos de intervención docente. Por ejemplo, pueden incluir acciones como la realización de nuevas preguntas para orientar el proceso de aprendizaje, o la sugerencia de un camino a seguir, como qué aspectos observar o hacia dónde dirigir la atención. De manera similar a los criterios, los estilos de intervención no son fijos ni únicos.

Demás está decir que cada clase de matemática es única, especialmente en el contexto de una enseñanza no tradicional que depende en gran medida del grupo de estudiantes. Del mismo modo, las intervenciones docentes varían y no pueden ser generalizadas. Estas respuestas se adaptan a las preguntas y razonamientos planteados por los y las estudiantes, lo que requiere una atención completa por parte de docentes.

4.1.5 - Narrativa Inmersiva

Cuando se plantea una propuesta de enfoque no tradicional, es crucial incorporar una narrativa atractiva para motivar al estudiantado y cambiar sus actitudes hacia la matemática. Esta narrativa servirá como un marco en el cual se presentarán las actividades y situaciones. La creación de un contexto narrativo que destaque la aplicabilidad de la matemática puede resultar atractiva, especialmente considerando que "transmitir conocimiento que *quizá* será aplicado años después en el mundo laboral no es atractivo para una generación acostumbrada a la inmediatez." (Labrador y Villegas, 2016, p. 114). Por lo tanto, las actividades propuestas en este enfoque se centran en motivar a los y las estudiantes, reconociendo que algunos pueden estar más dispuestos que otros a adoptar nuevas metodologías de forma rápida. Como señalan Labrador y Villegas (2016) "dispuestos a adoptar nuevas metodologías de forma rápida mientras que otros prefieren un modo continuista del aprendizaje. La clave está en diseñar diversas actividades, dirigidas a diferentes tipos de perfiles" (p. 114).

En este contexto, se utilizará la noción de *narrativa* presente en las propuestas gamificadas, que resulta atractiva para los y las estudiantes. Cristina Gómez Wilsson (2019) compara el diseño de una propuesta gamificada con la planificación de un viaje, que comienza mucho antes de la partida y continúa después del regreso. Aunque esta propuesta no está pensada desde la gamificación, sí se pueden tomar algunos aspectos y, en ese sentido, en el viaje que se espera realicen los y las estudiantes:

> Se pueden identificar etapas que acompañan y a su vez incentivan la progresión a cada uno de los jugadores (aprendices en el caso del ámbito educativo) de manera sutil y fluida. Así, el diseño despierta el interés y la curiosidad durante la etapa de Descubrimiento (Discover), idealmente previa al "comienzo oficial" del proceso. En un segundo momento (aunque parezca el primero) acompaña el traumático Abordaje (On board), ese momento de atravesar la puerta de una a otra dimensión, el pasaje de lo conocido a un camino desconocido y que suponemos desafiante. Ya en el tercer momento, el de total Inmersión

> (Immerse), en el cual hemos logrado que nuestro estudiante se sienta comprometido y ya automotivado para seguir y no abandonar, aunque tenga que someterse a pruebas que le son nuevas y no sabe si las logrará fácilmente. (Gómez Wilsson, 2019, p. 82)

Estas etapas, que son fundamentales en la gamificación, comparten la cualidad de ser características de una propuesta inmersiva. De manera análoga, el mundo de las redes sociales, lo digital e internet crean entornos no lineales gracias a la hipertextualidad, la cual es intrínsecamente participativa e inmersiva. "La inmersión es un rasgo que atraviesa las series de televisión y otras expresiones de la literatura y el cine contemporáneos, la publicidad y los juegos en línea" (Maggio, 2018, p. 46). Sin embargo, como menciona Maggio más adelante, el problema radica en que este mundo inmersivo de series, juegos y medios interactivos no se ha integrado en la educación, lo que lleva a la siguiente conclusión: "la consecuencia es simple: dejamos de vivir grandes historias cuando entramos a clase" (Maggio, 2018, p. 47).

La narrativa puede o no ser explícita durante el desarrollo de la propuesta, pero debe estar presente, ya que es lo que le proporcionará una estructura sólida. El objetivo es que la inmersión experimentada en la vida cotidiana, influenciada por estas historias inmersivas, se traslade al entorno educativo, evitando la consecuencia previamente mencionada por Maggio (2018). La narrativa puede también mantenerse en un segundo plano, permitiendo que a lo largo de la experiencia se ofrezcan pistas para que los estudiantes la descubran al final del proyecto.

Estas características propias de una narrativa inmersiva, junto con detalles estéticos, proporcionarán un marco completo a la propuesta, influyendo en todas las producciones tanto del equipo docente como de los estudiantes.

4.2 - De la enseñanza mediada por las TIC

4.2.1 - Modelo de enseñanza híbrida

El nombre del modelo de enseñanza híbrida (también conocido como Enseñanza Mixta, *Blended Learning* o *Blearning*) se refiere a aquellas propuestas que combinan características de la enseñanza completamente presencial con elementos de la enseñanza a distancia. Esto implica necesariamente la integración de la tecnología en las prácticas de enseñanza.

El principal desafío con esta definición es que abarca una amplia gama de usos de la tecnología en la enseñanza, desde la simple inclusión de un proyector en una clase principalmente presencial, hasta un nivel más avanzado que implica la transformación digital de la enseñanza y requiere una revisión profunda. Este último nivel, el más interesante y enriquecedor, es lo que se considera, en el contexto de este proyecto, como el aprendizaje híbrido en su forma más pura, y no simplemente una mezcla de recursos. Algunos autores se refieren a este enfoque como un verdadero modelo híbrido.

> Son propuestas que apuntan a ser mucho más que un complemento. Se busca una integración, un uso entrelazado, la expansión y continuidad de la dimensión espacio-temporal (presencial y no presencial, sincrónica y asincrónica) en donde las dos modalidades se enriquecen mutuamente; y, a medida que evolucionan las tecnologías disponibles, se amplían las combinaciones posibles. (Andreoli, 2021, p. 4)

En la aplicación de este modelo se busca combinar, de modo que contemple el desarrollo didáctico, las experiencias sincrónicas del aula presencial con un aprendizaje autónomo (asincrónico) autorregulado a través de escenarios digitales, “la clave [del modelo de enseñanza híbrido] está en procesos autónomos apoyados por sesiones síncronas que puedan ocurrir en procesos presenciales o virtuales” (Área Moreira, 2022).

Es, en este sentido, un nuevo modelo, aunque esté presente en la literatura especializada desde hace más de dos décadas. Una tercera alternativa a la dupla presencialidad – a distancia que tiene identidad propia y genera algo más que la suma de las partes que la originaron.

Cuando, en el año 2020, se declaró la pandemia, la educación pasó de un modelo mayormente presencial a uno a distancia. El problema fue volver. A medida que se iban abriendo las instituciones educativas, se empezó a hablar de un modelo híbrido basado en *burbujas*[4] en donde se tomaba uno de estos dos modelos como base y se incorporaba el otro. Por ejemplo, era habitual ver clases presenciales con una fracción del curso, mientras se transmitía (de manera sincrónica, en el horario de clases) por videollamada la clase al resto del curso. O, en el caso contrario, daban las clases a distancia, y los días presenciales, se respondían consultas. A fines de esta propuesta, esta modalidad no califica como híbrida ya que no se genera algo nuevo, ni fue pensada de esta forma.

Ya volvimos a entrar en un mundo sin burbujas y, nuevamente, estamos frente a un nuevo escenario, en este caso, uno postpandemia. “Necesitamos comprender este mundo distinto para poder volver a pensar las prácticas de la enseñanza que desarrollamos en la universidad. No somos los que éramos, no volveremos a serlo, ¿por qué seguiríamos enseñando o aprendiendo de la misma manera?” (Maggio, 2022).

Entonces, ¿Cómo repensar y replantear estas prácticas? Las clases en modalidad híbrida no implican *solo* un cambio de escenario en el que algunos días hacemos clases virtuales y otros días presenciales.

Para generar algo nuevo es necesario pensar propuestas que articulen ambos mundos. “Una variante de la enseñanza combinada o mezclada, actualmente en expansión, es el concepto de HyFlex derivado de la combinación de los conceptos de enseñanza híbrida y flexible” (Area Moreira et al., 2023, p. 142) y que presenta algunos pilares básicos que le ofrecen al estudiante flexibilidad para asistir (o no) a aulas físicas, seguir las clases de manera online o interactuar de manera asincrónica con contenidos audiovisuales. Los autores presentan estos cuatro principios que guían esta metodología:

- Elección del alumno: Se trata de ofrecerle al estudiantado distintas opciones para las formas de participación siendo cada estudiante quien elige entre estos modos.
- Equivalencia: Cada una de las formas o modos de participación que se le ofrezcan al estudiantado debe llevar a aprendizajes equivalentes.
- Reutilización: Organizar, en cada modo de participación, los objetos de aprendizaje para todo el estudiantado.
- Accesibilidad: Darle a los y las estudiantes las habilidades tecnológicas y recursos necesarios para un acceso equitativo a las distintas formas de participación.

[4] Se denominó “burbuja” a cada uno de los subgrupos en los que se dividía cada curso y que se alternaban en la presencialidad.

Entre las mayores críticas que se le hacen a esta variante es que la flexibilidad solo se refiere a la elección (por parte del estudiantado) de la modalidad de acceso a la enseñanza y no de una flexibilidad didáctica.

Adicionalmente a estas críticas, es importante señalar que las materias que damos en nuestras aulas, en muchas oportunidades están sujetas a ciertos factores extras que dificultan la implementación de alguno de los pilares que forman este modelo. Por ejemplo, uno de los autores más destacados en HyFlex es Beatty quien, citado por Área-Moreira et al. (2023), dice que: “los cursos de HyFlex son sesiones de clase que permiten a los estudiantes elegir si asistir a clases presenciales o en línea, de forma sincrónica o asincrónica” (p. 142). Ese pilar fundamental de la enseñanza HyFlex no se integra fácilmente con la estructura que varias universidades exigen de las materias.

En ese sentido muchos autores afirman que, para que un modelo de enseñanza híbrida sea, efectivamente flexible y se pueda considerar como HyFlex debe permitirle a los y las estudiantes que elijan, no solo si hace un recorrido presencial o virtual, sino que deberían tener, también la posibilidad de elegir entre otras variables. Así, Área-Moreira et al. (2023, p. 144), caracterizan como debería ser un modelo HyFlex alternativo.

- Debe incluir una combinación integrada de situaciones de aprendizaje presenciales y virtuales configurando un proceso de enseñanza-aprendizaje integrado.
- Debe ser flexible, permitiéndoles a los y las estudiantes elegir sobre:
    - El modo de participación (virtual o presencial)
    - La estrategia didáctica (aprendizaje por proyectos, individual, grupal, por tema, unidad, etc.)
- Debe tener un aula virtual que permita un aprendizaje autónomo y autorregulado.
- Debe ofrecer plazos temporales flexibles para evaluaciones o entregas de tareas.

Teniendo en cuenta todo lo anterior y considerando que, en el caso específico de la UNPaz, la modalidad en la que se enmarca la materia consta de 4 horas presenciales y 2 horas virtuales, lo que no proporciona la flexibilidad que requiere el modelo HyFlex en su forma pura, un modelo 100% HyFlex no es factible. Sin embargo, dentro de esta distribución horaria y las características de la estructura de la materia y la universidad, se pueden explorar otras opciones de flexibilización.

Por lo tanto, la propuesta actual es una modalidad híbrida que busca *acercarse* al modelo HyFlex al ofrecer a los y las estudiantes opciones de participación y varias alternativas para llevar a cabo actividades y tareas de diferentes maneras, dentro de un marco organizado que fomente la autonomía y el aprendizaje

4.2.2 - Uso de las TIC

Parte sustancial del desarrollo de cualquier propuesta de enseñanza híbrida radica en el uso de las TIC que permitan mediar parte de la interacción. En este sentido hay dos grandes ejes a considerar: las brechas que se puedan generar por el uso de las TIC y el mismo uso que se les da dentro de la propuesta.

Sobre el primer eje, Cabero Almanera (2006) hace una reflexión que resulta interesante destacar en este caso y es que las brechas digitales que se dan respecto del acceso y uso de las TIC puedan generar elementos de separación y de e-exclusión, que lleven a que una marginación meramente tecnológica se convierta en una separación y exclusión social. Para intentar evitar esto, es que es necesario tener en cuenta la infraestructura de la que se dispone en la universidad y de la que disponen los y las estudiantes y, además, es importante considerar el segundo eje.

Respecto al uso que se le dé a las TIC, hay que señalar lo que varios autores consideran central y es que "utilizar las nuevas tecnologías de la información y la comunicación, para realizar las mismas cosas que con las tecnologías tradicionales, es un gran error" (Cabero Almenara, 2006, p. 4). Es por lo que, es necesario que las consignas de las actividades que se diseñen deben modificarse respecto a lo que realiza en una modalidad tradicional. Hay que analizar la pertinencia y admisibilidad que puedan tener las TIC en cada actividad. En ese sentido en Rodríguez (2017), se plantean una serie de criterios que permiten valorar la pertinencia y significatividad del uso de las TIC en consignas matemáticas. Es decir, son criterios que permiten determinar si cierta tarea o actividad admite el uso de TIC y, si este uso permite que el saber matemático que él o la estudiante aprende, sea valioso. Los criterios que se exponen en Rodríguez (2017, pp. 79-81) son:

1. Favorecer la búsqueda de pruebas matemáticas: Es decir que, el trabajo con las TIC debe invitar a los y las estudiantes a razonar sobre el por qué es válido lo hallado.
2. Imprescindibilidad de las TIC: La imprescindibilidad se pone de manifiesto si surgen relaciones matemáticas que sin el uso de TIC no se advertirían, y no porque no se pueda abordar la tarea sin las TIC.
3. No perder de vista el objetivo matemático: Se trata de ver si la consigna está promoviendo la enseñanza de algo matemático y no el recurso tecnológico.
4. Incluir distintos usos de TIC: En matemática, las TIC se pueden ver en la utilización de algún software matemático, en usarlas como medio de comunicación o para buscar información. Sería preferible que el uso de las TIC no se circunscriba en solo uno de estos.
5. Complementariedad: No forzar el uso de las TIC en todos los temas. Hay que ver si es, efectivamente, un recurso más que complemente el trabajo.
6. Libertad para apelar a las TIC: Se trata de que no necesariamente todas las actividades requieran del uso de algún recurso digital. Que la decisión, de usarlo o no, recaiga en el o la estudiante.
7. Libertad de selección de cuál recurso tecnológico utilizar: Que algunas actividades permitan una elección autónoma del recurso que se use.

Estos criterios se utilizarán como un modo de valorar la pertinencia y significatividad del uso de las TIC en una cierta consigna o secuencia, entendiendo, además, que no todos tienen el mismo peso. Como plantean los autores, en el caso en el que se cumplan "los criterios de imprescindibilidad y de no perder de vista el objetivo matemático, todo lo demás que se cumpla enriquecerá la valoración y hará que el uso de tic para resolver esa consigna sea aún más significativo." (Rodríguez, 2017, p. 82)

No hay que perder de vista que, una de las primeras cosas que hay que tener claro es que: "cuando la tecnología entra en los procesos de enseñanza-aprendizaje, es disruptiva" (Área Moreira, 2022).

Es decir, que viene a romper los procesos que se venían dando, la forma en la que se dan las clases y las maneras en las que se producen tanto la enseñanza como el aprendizaje. Obliga a cambiar las reglas de juego, de modo que, como afirma Área Moreira (2022), se cambien los tiempos y el espacio. De esta forma se pueden ir mezclando y difuminando las fronteras entre lo enteramente presencial y lo enteramente virtual.

4.3 - De la educación matemática

4.3.1 - Enfoque Ontológico Semiótico

Dentro de las corrientes de didáctica de la matemática, la que guiará este proyecto será, específicamente, el Enfoque Ontológico Semiótico (EOS) ya que proporciona un marco más general en el que se pueden integrar todas las otras corrientes y líneas de trabajo que guían este proyecto.

El EOS nace en España a mediados de la década de 1990 de la mano de Juan Díaz Godino y sus colaboradores. Este enfoque surge de buscar articular la mayoría de las teorías que existían en ese momento. Desprendiéndose de esto, es que, para este enfoque, existen dos demandas fundamentales a las cuales la Didáctica de la Matemática tiene que dar respuesta, y estas son: "comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, y guiar la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática" (Pochulu, 2015, p. 64).

El Enfoque Ontosemiótico de la Instrucción Matemática parte del principio de que, para poder comprender y mejorar los procesos de enseñanza de las matemáticas, es fundamental comenzar cuestionando y analizando los problemas intrínsecos tanto de la matemática en sí como de la naturaleza del conocimiento matemático.

> Nos referimos al problema epistemológico, *¿Cómo emerge y se desarrolla la matemática?,* al problema ontológico, *¿Qué es un objeto matemático?, ¿Qué tipos de objetos intervienen en las prácticas matemáticas?*, el problema semiótico-cognitivo, *¿Qué es conocer un objeto matemático? ¿Qué significa el objeto O para un sujeto en un momento y circunstancias dadas?* (Godino, 2022, pp. 6,7)

Así, partiendo desde una concepción de matemática como actividad humana, que buscar resolver situaciones-problemas, mediante prácticas (sociales y personales), el EOS busca mejorar los procesos de instrucción matemática analizando las prácticas, los objetos que surgen de estas y las trayectorias didácticas, normas y metanormas que las regulan. Así, luego de estas descripciones y análisis, se puede avanzar hacia mejoras de los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

El EOS presenta herramientas teóricas y metodológicas que permiten articular aspectos institucionales y personales del conocimiento matemático para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Para lograr esto, el enfoque analiza cinco niveles, considerándolos como herramientas metodológicas para analizar y mejorar las prácticas educativas.

Uno de los niveles es el análisis de las configuraciones ontosemióticas, que investiga la interacción entre los objetos matemáticos y el significado que los estudiantes les atribuyen. Mediante este análisis, se establecen las relaciones y conexiones entre los objetos matemáticos y sus significados para los estudiantes. Esta configuración proporciona una visión amplia y contextualizada del contexto del problema y de los conceptos involucrados en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Al considerar los aspectos ontosemióticos, se busca entender cómo los estudiantes construyen y atribuyen significados a los conceptos matemáticos, lo que permite identificar posibles dificultades o malentendidos que puedan estar afectando su aprendizaje. Esta herramienta metodológica permite que el docente ajuste sus enfoques y estrategias para que el aprendizaje sea más efectivo y significativo para los estudiantes.

Así, el análisis de los componentes ontosemióticos en el enfoque EOS brinda una valiosa información sobre cómo los y las estudiantes comprenden y relacionan los conceptos matemáticos, lo que posibilita la mejora de las prácticas educativas y el enriquecimiento del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Para hacer un análisis didáctico de una actividad o clase desde esta corriente, se consideran 5 niveles de análisis, estos, como los indican Pochulu y Font (2011), son:

- Identificación de prácticas matemáticas
- Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos
- Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas
- Identificación del sistema de normas y metanormas
- Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción

Mientras que los primeros cuatro niveles sirven para hacer un análisis explicativo y descriptivo, el quinto nivel, que se basa en los primeros cuatro, permite valorar la idoneidad de la actividad y es “una síntesis orientada a la identificación de mejoras potenciales del proceso de instrucción en nuevas implementaciones” (Pochulu y Font, 2011, p. 367)

> Para poder guiar ese camino, se necesita, entonces, realizar una valoración de los procesos y, tomando eso como base, proponer las mejoras. “Para ello, el EOS propone criterios de idoneidad para las distintas facetas implicadas en un proceso de estudio matemático” (Pochulu, 2015, p. 64). De acuerdo por lo desarrollado por los autores, en particular por Juan Díaz Godino, se pueden establecer un mínimo de seis criterios que permitan valorar la idoneidad didáctica de los procesos de instrucción matemática. Estos seis criterios, como son identificados por Font et al. (2010), son 1. Idoneidad epistémica, para valorar si las matemáticas que se enseñan son unas “buenas matemáticas”. 2. Idoneidad cognitiva, para valorar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de lo que saben los alumnos y, después del proceso, si los aprendizajes logrados se acercan a los que se pretendían enseñar. 3. Idoneidad interaccional, para valorar si la interacción ha resuelto dudas y dificultades de los alumnos. 4. Idoneidad mediacional, para valorar la adecuación de recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción. 5. Idoneidad emocional, para valorar la implicación (interés, motivación) de los alumnos en el proceso de instrucción. 6. Idoneidad ecológica, para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional, etcétera. (p. 102)

Estos criterios o reglas permiten orientar las elecciones que se realicen al momento de diseñar y la propuesta en general y las actividades y decisiones individuales en particular. Además, tras una implementación de la propuesta, estos mismos criterios permiten hacer una evaluación que permita valorar el proceso realizado.

Además, el EOS reconoce la existencia de distintos tipos de objetos primarios que están presentes (todos o algunos) en la resolución de un problema y que son las *situaciones-problemas*, es decir las actividades o tareas que provocan la actividad matemática, los *conceptos*, que pueden ser definiciones o descripciones, las *propiedades* de los objetos, los *procedimientos, técnicas o acciones* que realiza el sujeto cuando se enfrenta a las tareas matemáticas, los *argumentos* que usa al momento de justificar y explicar y el *lenguaje* que se usa ya sea en el material escrito (notaciones, gráficos, términos, etc.) o el que utiliza el estudiante (oral, gestual). Es en la interrelación de estos objetos en distintas configuraciones en donde se evidencia el carácter relacional de la actividad matemática y de los procesos que difunden el conocimiento matemático.

Estos son los objetos primarios que, al relacionarse, forman las configuraciones ontosemióticas que, como se dijo anteriormente, corresponde a uno de los niveles de análisis del EOS. Estas configuraciones pueden ser epistémicas o cognitivas, según representen redes de objetos institucionales o personales. Si bien ambas configuraciones están estrechamente ligadas, la diferencia que exista entre ambas es un indicador del nivel de comprensión alcanzado por algún estudiante al enfrentarse a la resolución de una actividad matemática.

Algo a destacar es que tanto los indicadores de idoneidad didáctica como los objetos primarios (y sus configuraciones) presentes en el EOS permiten integrar este enfoque con otras corrientes de la didáctica de la matemática ya que presentan un marco general.

Esto se debe a que esa integración de conceptos era uno de los problemas iniciales que dio origen al EOS. Según Godino (2022), algunas de las teorías que se buscó comprender, comparar, coordinar e integrar, incluyen la Teoría de situaciones didácticas, la Teoría de los campos conceptuales, la Teoría antropológica de lo didáctico y la Teoría de los registros de representación semiótica, entre otras. En particular,

> En el EOS, las cuestiones instruccionales se estudiaron partiendo de las teorías y marcos disponibles -entre otras, la teoría de situaciones didácticas (Brousseau, 1998)- proponiendo un conjunto de herramientas y constructos que, en parte, son el resultado de una hibridación (Godino, 2017) de constructos teóricos generados en dichos marcos para el análisis de los procesos instruccionales. (Pochulu y Font Moll, 2022, p. 15)

Actualmente, muchos autores de la literatura especializada en didáctica de la matemática le están dando gran atención a la integración de diferentes teorías y consideran que, “la coexistencia de diversas teorías para explicar los fenómenos de una disciplina como la Didáctica de la Matemática, puede ser hasta cierto punto inevitable y enriquecedora” (Godino, 2022) pero, por otro lado, podría, asimismo ser un obstáculo para que se consolide como campo científico.

Con esto presente, al momento de realizar el diseño de la propuesta, desde el punto de vista matemático se considerará el EOS en primer lugar, pero integrando e incorporando otras corrientes como la Teoría de Situaciones Didácticas, para poder extraer y aprovechar las fortalezas de distintas corrientes en distintos momentos.

4.3.2 - Teoría de Situaciones Didácticas

Una de las teorías que posee mayor difusión en el marco de la didáctica de la matemática es la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) desarrollada en Francia en la década de 1970 en el que uno de sus máximos exponentes es Guy Brousseau. Cabe aclarar que la amplitud de conceptos e ideas que propone esta teoría excede el objetivo de este apartado. Lo que se describe a continuación son solo algunas pocas características de la TSD que permiten entender el trabajo que se propone en esta propuesta. Se ha optado por dejar de lado, algunos conceptos que, aun siendo centrales para la TSD, no aportan *directamente* a la esencia de lo que se describe en la presente propuesta o se encuentran descriptos por otros conceptos e ideas ya desarrollados.

La TSD identifica y entiende a la matemática que se enseña, normalmente llamada escolar, como un "campo de resolución de problemas que conlleva la emergencia o creación de objetos matemáticos apropiados para resolverlos, así como la reflexión sobre los mismos" (Barreiro y Casetta, 2012, p. 16). Esta teoría parte de asumir que el aprendizaje, que se da en el ámbito escolar, se produce en el contexto de interacciones sociales.

Así, Sadovsky (2005) describe las ideas de Brousseau, afirmando que se tiene que pensar a la enseñanza de la matemática como un proceso de producción de conocimiento matemático en el aula. De esta forma se diseñan situaciones que, en cierta medida, se acerquen al quehacer científico-matemático, interactuando entre distintos actores. Barreiro y Casetta (2012) la describen:

> La TSD se concibe como un enfoque sistémico que permite comprender y operar sobre los procesos de enseñanza y de aprendizaje que se dan dentro de un sistema conformado por el docente, los estudiantes, el conocimiento matemático y un ámbito en el que las relaciones entre estas partes se ponen en juego. (p. 16)

Entre las cuestiones que, para esta teoría, se deben identificar son las situaciones, "que permiten construir conocimiento, que el alumno en su producción pueda de algún modo replicar la actividad científica". (Barreiro y Casetta, 2012, p. 16).

Esta teoría busca modelizar las condiciones bajo las cuales los seres humanos producen y aprenden conocimientos matemáticos con situaciones que no son independientes, sino que forman un sistema, en el que las interacciones sociales son predominantes. Dentro de este sistema que conforman estudiantes, docentes, el conocimiento matemático y el ámbito en donde las relaciones se ponen en juego, se busca generar situaciones didácticas que estén sostenidas "por su intencionalidad didáctica [*que han sido diseñadas*] pensando en que el alumno aprenda un saber" (Barreiro y Casetta, 2012, p. 18).

Así, las situaciones se diseñan con el propósito específico de enseñar un contenido matemático determinado. Estas situaciones de aprendizaje están cuidadosamente planificadas para fomentar la construcción de conocimiento matemático a través de las interacciones que cada estudiante tiene con los diferentes elementos del sistema educativo, que incluyen a estudiantes, compañeros y compañeras, docente, conocimiento matemático y contexto o ámbito en el que se desenvuelven. Cada uno de estos elementos interactúa y se retroalimenta en el proceso de aprendizaje, contribuyendo a la construcción del conocimiento matemático por parte del estudiantado.

La situación didáctica tiene una intencionalidad clara: se ha diseñado y pensado para que los estudiantes adquieran un saber matemático específico. Sin embargo, esta intencionalidad puede o no ser percibida conscientemente por los o las estudiantes. A pesar de ello, la situación se convierte en un espacio de interacción y construcción colectiva del conocimiento. En este enfoque, el papel del docente es fundamental como mediador del aprendizaje. El docente guía y facilita las interacciones de los y las estudiantes con el conocimiento matemático y sus pares, asegurando que la situación didáctica sea efectiva para promover el aprendizaje significativo.

Godino (2003) recopila los diversos tipos de situaciones didácticas que plantea Brousseau: las de Acción, las de Formulación / Comunicación, las de Validación y las de Institucionalización. Las situaciones de Acción "deben estar basadas en problemas genuinos que atraigan el interés de los alumnos, para que deseen resolverlos; deben ofrecer la oportunidad de investigar por sí mismos posibles soluciones, bien individualmente o en pequeños grupos" (Godino et al., 2003, p. 71) ya que, como consecuencia de esto, es que se construye o adquiere el conocimiento. En las situaciones de Formulación / Comunicación es cuando cada estudiante (o grupo pequeño) pone por escrito las conclusiones y las comunica a sus pares, aquí ejercita el lenguaje matemático. En las situaciones de Validación, se ponen a prueba las conclusiones y soluciones, ejercitando la argumentación y, finalmente, en la situación de Institucionalización se realiza la puesta en común y se expresan las propiedades y definiciones estudiadas.

Cuando la intencionalidad didáctica de una situación no es percibida por los y las estudiantes, está en funcionamiento a-didáctico, "el docente y el alumno logran, por sus interacciones en relación con el problema, que este último considere al problema, a su posibilidad de resolución, como su responsabilidad" (Barreiro y Casetta, 2012, p. 18). Esto, sin advertir la intencionalidad didáctica. Dentro de las situaciones didácticas están latentes las a-didácticas, esperando para salir a la luz si el problema planteado le permite a los y las estudiantes actuar de manera distinta en cada aproximación.

La TSD considera que el "aprendizaje matemático en términos de adaptación a un medio a-didáctico puede orientar de manera consistente la construcción de situaciones didácticas mediante las cuales los alumnos construyan los conocimientos matemáticos dándoles sentido" (Wilhelmi et al., 2005, p. 8)

De acuerdo con lo establecido en Wilhelmi et al. (2005), el objetivo central de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) es desarrollar una ciencia explicativa centrada en los procesos de comunicación y construcción de objetos matemáticos, sin enfocarse en la elaboración de directrices normativas para enseñar temas matemáticos. En la TSD, estas directrices son identificadas como ingenierías didácticas, que pueden ser específicas o abarcar un enfoque más global, con el propósito de articular situaciones didácticas y a-didácticas. Esta articulación sugiere un punto de convergencia entre la TSD y el Enfoque Ontosemiótico

5 - PROPUESTA

En virtud de todo lo antes descripto, se ha optado por realizar una propuesta de clase híbrida para la materia Matemática 2, de las carreras de Licenciatura en Administración de la UNPaz, siguiendo las características y metodología que se describen a continuación.

5.1 - Metodología, estrategias y plan de acción

5.1.1 - Desde las herramientas didácticas

Se adoptará una modalidad de enseñanza híbrida *inspirada* en el modelo HyFlex, que proporcionará a los y las estudiantes diversas alternativas para su aprendizaje. No obstante, debido a las condiciones institucionales, no será posible una implementación completa de este modelo, ya que se requiere cierta cantidad de horas de modalidad presencial y asistencia obligatoria (80%). Además, se contextualizará el enfoque de enseñanza en el ámbito de la administración y la economía con el propósito de hacerlo atractivo y significativo para los y las estudiantes, permitiéndoles apreciar la aplicabilidad de los conceptos matemáticos abordados y desarrollar una actitud positiva hacia la materia.

El objetivo es combinar las ventajas del aprendizaje presencial con las fortalezas que ofrece la virtualidad, como la flexibilidad temporal, el acceso a recursos digitales y la colaboración en línea. Por tanto, se buscará proporcionar opciones de rutas, herramientas y actividades siempre que sea posible, permitiendo a los y las estudiantes adaptar su proceso de aprendizaje a sus necesidades y preferencias individuales.

En cuanto al enfoque desde la didáctica de la matemática, las actividades serán analizadas y diseñadas desde el enfoque Ontosemiótico (EOS). El objetivo central será acercar el significado de los objetos matemáticos a los y las estudiantes de las carrera de administración de la UNPaz en el año 2023. Para lograr esto, se emplearán situaciones-problemas diseñadas considerando la Teoría de Situaciones Didáctica (TSD) que se integrarán con las características propias del enfoque Ontosemiótico.

La Teoría de Situaciones permitirá contextualizar las situaciones-problemas en el ámbito de la administración y economía, brindando a los estudiantes una experiencia de aprendizaje más atractiva y significativa. Al conectar los conceptos matemáticos con situaciones relevantes para los y las estudiantes, se busca favorecer la comprensión profunda de los contenidos y fomentar una actitud positiva hacia la matemática.

Desde el EOS, se reconocerá la importancia de los aspectos ontológicos (la naturaleza y estructura de los objetos matemáticos) y semióticos (los signos y significados matemáticos) en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Así, se pretende lograr un acercamiento genuino al significado de los objetos matemáticos y una comprensión más sólida de su relevancia en el contexto de la administración, mejorando así la calidad de la enseñanza en escenarios digitales.

5.1.2 - Del uso de las TIC

Tanto las actividades pensadas para las partes virtuales como las que sean para la parte presencial, se harán de manera integrada en busca de coherencia y continuidad, atendiendo a que gran parte de las actividades serán mediadas por la tecnología y, así, el uso de las TIC será eje transversal. Con esto se busca generar autonomía en el aprendizaje y que incorporen herramientas y habilidades digitales que les puedan servir más allá de la materia. Para la selección de los recursos digitales que se utilicen en la propuesta, se tendrán en cuenta los criterios ya descriptos en el marco teórico, expuestos por Rodríguez (2017) que permiten valorar la pertinencia y significatividad del uso de las TIC en consignas tanto matemáticas como extramatemáticas.

La interacción en el entorno virtual se llevará a cabo a través de un aula virtual que buscará trascender la función de un simple repositorio de materiales. Esta plataforma incluirá actividades diseñadas para guiar activamente al estudiantado en su proceso de aprendizaje. El objetivo es involucrar a los y las estudiantes como participantes activos en lugar de meros receptores de información. Esta estrategia busca promover un aprendizaje más significativo tanto en la revisión de temas previos como en el abordaje de nuevos contenidos específicos de la materia.

Para lograr esta dinámica de enseñanza y aprendizaje, se utilizará la plataforma Moodle proporcionada por la Universidad. Esta plataforma facilita la creación y organización de actividades interactivas que estimulen la participación y la reflexión de los estudiantes. Al brindarles un espacio de colaboración en línea, se espera que los y las estudiantes puedan construir conocimiento de manera conjunta y compartida.

Además, es importante destacar que la Universidad Nacional de José C. Paz ofrece en sus instalaciones acceso a una red de Wifi y computadoras con conexión a Internet. Esto representa una ventaja significativa, ya que aquellos estudiantes que no dispongan de una buena conectividad en sus hogares podrán acceder a los servicios que se ofrecen de forma gratuita en el campus. Esta iniciativa no solo contribuye a reducir las brechas sociales y digitales presentes entre el alumnado, sino que también facilita el uso de los recursos digitales en el aula presencial.

Así, la combinación del aula virtual con actividades interactivas y el acceso a recursos digitales en la universidad promueve un ambiente de aprendizaje enriquecedor que fomenta la participación activa de los y las estudiantes y la construcción colectiva del conocimiento en el contexto de la enseñanza de las matemáticas en escenarios digitales.

5.1.3 - Sobre el diseño de las actividades y su implementación

Las actividades de las secuencias a presentar se pensarán desde un marco tecnopedagógico. De esta forma, el objetivo principal de estas actividades es el curricular que se esté tratando, el que se desarrolla con un sentido práctico y contextualizado. Junto a estos dos aspectos (contenido curricular y contexto) se cruzan las herramientas tecnológicas que apoyan estas actividades, sin ser el centro, sino ofreciendo sus potencialidades en favor de un aprendizaje significativo y contextualizado, siempre recordando que, muchas veces, “nos olvidamos de que en el binomio informática educativa, o TIC en educación, la palabra clave es educación, no TIC” (Sancho Gil, 2012).

La propuesta que se presenta se implementará, en una primera instancia, en dos comisiones de la materia Matemática 2 de las carreras de licenciatura en Administración de la UNPaz. En función de los resultados que se obtengan, se espera que se extienda a todas las comisiones de la misma materia.

Para que el desarrollo del proyecto se lleve a cabo de manera ordenada y controlada y, así poder ir haciendo los ajustes necesarios, es que se decidió hacer el desarrollo, diseño y la implementación en 3 etapas. Estas etapas coinciden con los tres grandes bloques que posee la materia. Así, en un inicio, se trabaja *solo* en la unidad de *funciones exponenciales y logarítmicas*. Tras realizar esta implementación, analizar los resultados y hacer algunas adaptaciones, se espera desarrollar e implementar, a futuro, la unidad de Límites y Continuidad y, posteriormente, la de Derivadas. Así, el desarrollo y la implementación escalonadas sirven para ir haciendo adaptaciones, ajustes y para ir diseñando las actividades que resulten más cercanas a las características propias del alumnado.

Por lo antes descripto y a continuación, se desarrollará, de manera detallada, la primera etapa de la propuesta, correspondientes a esa primera unidad de funciones exponenciales y logarítmicas y, luego, se esbozará la manera en la que, a futuro, se espera continuar.

5.2 - Primera Etapa

Esta etapa corresponde a la unidad de Exponenciales y Logaritmos. Desde lo institucional, la materia (en todas sus comisiones) está dividida en dos clases por semana, arrancando por la clase presencial de 4hs los miércoles. La parte virtual de la materia, desde lo organizativo, se pauta para los viernes. Sin embargo, como la parte virtual, en esta propuesta, se realiza de manera asincrónica, queda libre para que la realicen en sus propios tiempos. La única consideración que hay que tener presente, corresponde a la primera semana de clases. Es habitual que gran parte de los y las estudiantes no accedan al aula virtual previamente a la primera clase presencial.

5.2.1 - Descripción y organización de las actividades

Se inicia con la narrativa que establece el contexto inmersivo. Previa a la primera clase, se le envía a cada estudiante el mensaje que se puede ver en la Figura 6

Figura 6
Carta de invitación

Estimado/a:

Nuestra consultora acaba de ser contratada por distintas agencias oficiales, entre las que se encuentran el Ministerio de Economía, el Ministerio de Trabajo y el INDEC.

Usted ha sido convocado para asistir en las tareas y el asesoramiento. Favor de presentarse sin falta el próximo miércoles a las 8am en la sede Alem de la UNPAZ donde hemos establecido un nodo de nuestra agencia.

Mientras tanto, ya le damos acceso al algunos de los casos que tenemos que asesorar, por favor, interiorícese en el tema.

La clave de acceso para encender la computadora es *Administracion23*. Por favor, recuerde que esto es trabajo gubernamental y no debe compartir la clave.

El próximo miércoles recibirá más información. No falte.

Atte.

Julieta Matteucci
Presidente, Consultora Administrativa Gubernamental.

Como se mencionó previamente, a pesar de que muchos estudiantes no accedan al aula virtual, se les envía este material con anticipación a través del sistema de mensajería y correo electrónico. Esto se hace con la esperanza de que los estudiantes comiencen a sumergirse en la narrativa, lo que, a su vez, aumentaría la cantidad de estudiantes que han revisado parte del material antes de la primera clase.

Los y las estudiantes, ya matriculados en el aula virtual, tendrán acceso a una presentación interactiva que simula el escritorio de una computadora de la consultora (Puede verse acá). La presentación se encuentra incorporada al aula virtual. Al "encender" la computadora, se accede al escritorio (Figura 7), donde se presentan carpetas con las distintas situaciones.

Figura 7

Escritorio con las primeras situaciones

A partir de este punto, se espera que los y las estudiantes se sumerjan en la narrativa y se familiaricen con las situaciones planteadas. Durante la primera clase presencial, se explorarán las carpetas que contienen las diferentes situaciones (en caso de que no lo hayan hecho en casa). Cada carpeta incluye varios archivos que describen situaciones reales relacionadas con la administración y la economía. En estos archivos, se les solicitará que realicen informes de análisis del estado actual de cada situación y se les presentará algún planteo o simulación para reflexionar y proponer soluciones en su papel de asesores. La intención es que los y las estudiantes se involucren activamente en la comprensión de las situaciones y desarrollen habilidades analíticas para abordar los desafíos planteados. Cada actividad finalizará con la elaboración de un informe, desde su perspectiva como asesores, ofreciendo alguna solución o sugerencia de intervención. El enfoque se centra en que los informes que resulten de la actividad no estén centrados en lo matemático, sino en la situación presentada. El análisis basado en las herramientas matemáticas les proporcionará una forma de comprender el problema y les permitirá encontrar posibles soluciones. Un ejemplo de las actividades que se espera que realicen, en esta semana, previo a la elaboración del informe, se puede ver en el anexo A.1.1 -

En la clase presencial, se le dará a cada estudiante la oportunidad de elegir una situación específica para su análisis. A partir de estas elecciones, se formarán grupos que se centrarán en el análisis de las situaciones seleccionadas. La expectativa es que, durante la primera semana de clases, cada grupo pueda abordarlas y presentar sus hallazgos en la siguiente clase presencial. Mientras trabajan en equipo en el aula, se proporcionarán intervenciones personalizadas a cada grupo para enriquecer sus pensamientos y guiarlos en la validación de sus razonamientos matemáticos. Estas intervenciones se ajustarán a las características delineadas en el marco teórico y, en términos generales, se alinearán con los criterios establecidos por Rodríguez (2017). Se fomentará una participación activa de los y las estudiantes en el análisis y la discusión de las distintas dificultades, promoviendo tanto el trabajo en equipo como la libre circulación de ideas. Se les incentivará a presentar sus propias soluciones y a entablar debates sobre las estrategias utilizadas para resolver cualquier problema que surja. Además, se brindará asistencia para identificar posibles errores y obstáculos matemáticos con el objetivo de facilitar su resolución.

Dado que la actividad de presentación del informe y las sugerencias se realizarán en la siguiente clase presencial, el trabajo iniciado en la presencialidad continuará en la virtualidad. En el entorno virtual, la plataforma Moodle proporcionará un espacio para que los y las estudiantes sigan interactuando con el material, realicen consultas y compartan sus avances con el resto del grupo, principalmente a través de la participación en foros. Se crearán foros cerrados para cada grupo para que puedan seguir sus intercambios (y consultas) con libertad.

Para la presentación de la siguiente clase presencial, no se les exigirá que sea formal o estructurada, aunque se les animará a resumir las características con alguna herramienta digital. De esta manera, se extraerán las características comunes de los modelos exponenciales y se podrán formalizar algunos conceptos institucionalizándolos.

Después de estas presentaciones, formalizaciones e institucionalizaciones, se continuará trabajando con la misma modalidad de la primera semana. Cada estudiante recibirá un nuevo correo de la consultora agradeciéndoles por sus sugerencias y presentándoles nuevas situaciones que aparecerán en la computadora. En gran medida, el trabajo será similar al anterior, pero el cambio más significativo será la forma en que se presentan las situaciones. Ahora se les ofrecerán situaciones nuevas con datos en tablas. Al igual que en las situaciones de la primera semana, estas también responden a situaciones y valores reales, como los datos del índice de precios al consumidor (IPC) de varios años o los valores de facturación (en millones de pesos) de diferentes rubros en el comercio electrónico. Todos estos datos, extraídos de organismos oficiales, como el INDEC o la Cámara Argentina de Comercio Electrónico (CACE), permiten analizar situaciones que tienen un comportamiento "similar" a una función exponencial.

El trabajo con datos que no corresponden exactamente al resultado de una cuenta o a alguna función, les abrirá las puertas al análisis de modelos a través de gráficos, donde se espera que vean que el comportamiento se asemeja a una función exponencial. Podrán trabajar con curvas de ajuste o líneas de tendencia (si grafican en hojas de cálculo). Se les dará completa libertad en cuanto a los recursos digitales que utilicen para crear los gráficos. Dado que la materia de Matemática 2 forma parte del 2do cuatrimetre del plan de estudios, es de esperar que los estudiantes estén cursando simultáneamente el taller de informática, en el cual trabajan con Excel y hojas de cálculo que les permiten crear gráficos y realizar ajustes. A pesar de que el taller de informática, según el plan de estudios, se ubica en el segundo cuatrimestre de la carrera, un gran número de estudiantes lo cursan en el primer cuatrimestre o ya lo han completado. Nuevamente, se les otorgará una semana para elaborar un análisis y presentar un informe con sus conclusiones y sugerencias de acción para la situación propuesta. Un ejemplo de las actividades que se espera que realicen, en esta semana, previo a la elaboración del informe, se puede ver en el anexo A.1.1 -

En las semanas siguientes, continuaremos trabajando con las mismas situaciones previamente analizadas, pero esta vez el requerimiento del gobierno se centrará principalmente en cuestiones de tiempos. En estos casos, además de lo que se haya explorado en semanas anteriores, se buscará que surja la necesidad de utilizar una función inversa a la función exponencial. Esto puede aparecer desde la cuenta (*¿Cuánto tiempo debe pasar para que el capital invertido se triplique?*) o desde la parte gráfica (*Si el comercio electrónico sigue con la misma tendencia de crecimiento, ¿cuánto tiempo estima que se tardará en llegar a una facturación anual de 1.000 millones de pesos en el rubro artículos de oficina?*). Esto permitirá a los y las estudiantes abordar el problema de la manera que les resulte más natural. De esta forma, cuando presenten sus resultados en el informe y la presentación, se podrán observar distintos enfoques que hayan surgido, y formalizaremos e institucionalizaremos el concepto de logaritmo. Este trabajo, planificado para dos semanas, les brindará la oportunidad de comprender los logaritmos, ya sea desde la perspectiva de cálculos o desde un enfoque gráfico, permitiéndoles elegir el camino que prefieran seguir.

Finalmente, la última semana de este recorrido será un poco más tradicional, ya que consistirá en realizar un resumen de lo que se ha visto hasta ese momento, con ejemplos que se encuentran fuera de un contexto específico (incluyendo situaciones que no se ajustan a cuestiones concretas de administración o economía). También se abordarán las propiedades y características que no se hayan discutido en clases previas.

La evaluación de esta etapa seguirá la misma metodología de trabajo. Se llevará a cabo una evaluación grupal y presencial, con acceso a recursos digitales. Cada grupo recibirá una "carta gubernamental" que planteará una nueva situación a analizar. Durante la clase, los grupos deberán realizar los análisis necesarios y presentar un informe que responda a la situación planteada. Además, evaluaremos el proceso de trabajo mediante una evaluación 360, lo que significa que todos los agentes involucrados evaluarán el proceso en todas sus dimensiones a través de una rúbrica de evaluación. Esta rúbrica será utilizada por docentes, estudiantes y compañeros de equipo. De esta manera, cada estudiante obtendrá una comprensión completa de su proceso de aprendizaje.

5.2.2 - Análisis de las actividades

Una de las características principales de las actividades propuestas es su enfoque interdisciplinario, que abarca conceptos y variables tanto de la matemática como de las ciencias económicas. Trabajar con problemas que trascienden la matemática proporciona un contexto y aplicabilidad a las actividades, lo que permite a los y las estudiantes abordar las situaciones planteadas desde diversas perspectivas.

El enfoque centrado en situaciones reales busca principalmente mostrarles la utilidad concreta de los conceptos matemáticos en el ámbito de la administración y la economía. A través de la interacción con situaciones genuinas, se pretende generar una motivación intrínseca en el estudiantado y destacar la importancia del estudio de la matemática al demostrar cómo estas herramientas pueden utilizarse para resolver problemas cotidianos.

En este punto, al llevar a cabo el análisis didáctico de las actividades propuestas en este plan, y dado que la modalidad de trabajo es muy similar a lo largo de las semanas, se ha decidido centrarse en el análisis de las actividades descritas anteriormente, correspondientes a la primera y segunda semana. Estas partes han sido seleccionadas para el análisis debido a que incorporan las mejoras diseñadas para el proyecto. Además de estas actividades, los y las estudiantes tendrán acceso a materiales de trabajo y ejercicios adicionales. Sin embargo, estas otras actividades, que siguen un enfoque más tradicional, no serán objeto de análisis en este apartado, ya que por el momento se mantienen en la modalidad anterior (y se espera, cambiarlas a futuro). El cambio propuesto comienza, entonces, con las actividades descritas en la sección anterior, y es en estas actividades donde se enfoca la mejora.

Dado que esta propuesta brinda la flexibilidad para que cada estudiante seleccione la situación que más le interese, se han creado diversas situaciones para las distintas actividades. No obstante, siguiendo el principio de equivalencia de la metodología HyFlex, tal como se describió en el

Marco Teórico, cada una de las formas de participación que se les ofrezcan debe conducir a resultados de aprendizaje equivalentes.

Por esta razón, en el análisis didáctico de cada una de las actividades a desarrollar, se seleccionó solo una de las situaciones, ya que las demás involucran un trabajo equivalente en términos del desarrollo matemático, a pesar de que las situaciones sean diferentes.

Figura 8

Enunciado de actividad de Semana 1

Situación a analizar:

En la planilla que está a continuación pueden ver los precios del valor del Kilowatt hora (en dólares) para cada uno de los países del Mercosur a diciembre del 2022[1]:

Como pueden ver, el precio, en Argentina, está desactualizado, muy por debajo del promedio de la zona y del mundo. Desde el gobierno nacional, queremos actualizar los precios para ser económicamente competitivos. Como consultores, les pedimos que analicen las siguientes situaciones:

MERCOSUR

ESTADOS PARTE	Electricidad (en U$S/KWh)
Argentina	0,033
Brasil	0,171
Paraguay	0,055
Uruguay	0,249
Venezuela	0,046

ESTADOS ASOCIADOS	Electricidad (en U$S/KWh)
Bolivia	0,105
Chile	0,182
Colombia	0,185
Ecuador	0,096
Guyana	0,265
Perú	0,252
Surinam	0,016

PROMEDIOS	E. Parte	0,1108
	E. Asociados	0,157285714
	Total	0,137916667

PROMEDIO MUNDIAL	0,185

Comparando con el promedio de los países Estados Parte del Mercosur, ¿qué porcentaje está el valor del precio del Kwh en Argentina, por debajo del promedio? ¿Y si se lo compara con el total del Mercosur? ¿Y con el mundial? Se necesita actualizar ese valor. En una primera etapa, al promedio de los Estados Parte. Elegir un porcentaje de aumento bimestral (que consideren adecuado para ser implementado en el país) y analizar cuántos bimestres se tardaría en llegar a actualizar el valor del Kwh. ¿Sobre qué total se calcula el porcentaje?

Si se llevan a cabo aumentos acumulativos bimestral (Es decir, cada bimestre se aumenta un cierto porcentaje por sobre el monto del bimestre anterior). ¿Cuál será el monto del Kwh después de un año? ¿Cuál después de dos años? ¿Cuánto tiempo se tardará para llegar al valor promedio de los Estados Parte? ¿Se llega justo o se pasa?

Hacer un análisis similar al anterior, pero buscando llegar al promedio del Mercosur y al promedio mundial. Realizar un informe con los resultados de sus análisis y las sugerencias que, en su carácter de asesores, plantean para la actualización de las tarifas eléctricas, teniendo en cuenta todos los factores socioeconómicos que consideren necesarios.

Así, para el trabajo correspondiente a la primera semana, se analizará, la situación de la actualización de tarifas (Figura 8), mientras que para el trabajo de la segunda semana se tomará la situación de la facturación del comercio electrónico

Figura 9

Enunciado de actividad de Semana 2

Situación a analizar:

Durante el último tiempo ha aumentado sustancialmente el comercio electrónico. Así, la Cámara Argentina de Comercio Electrónico (CACE), ha elaborado un resumen con los datos estadísticos más relevantes en diferentes rubros. A continuación, pueden ver los datos de algunos de esos rubros.

Facturación por rubro (En millones de pesos)

Años	Equipos de audio, imagen, consolas, TI y telefonía	Materiales y herramientas de construcción	Artículos de oficina	Pasajes y Turismo
año 2015	8,012	0,325	1,44	17,31
año 2016	11,39	1,135	2,055	25,58
año 2017	18,36	1,995	2,099	43,64
año 2018	27,175	3,354	3,088	60,66
año 2019	46,2	7,012	5,672	87,069
año 2020	153,122	24,682	16,19	44,997
año 2021	247,087	21,477	21,178	177,041
año 2022	380,44	42,724	33,217	637,803

Fuente: Elaboración propia sobre datos de la Camara Argentina de Comercio Electrónico

Desde el gobierno nos queremos anticipar a algunos de los movimientos del mercado electrónico. Por tal motivo, y en su carácter de asesores, les pedimos que elaboren un informe con las características más significativas del análisis de estos datos. Necesitamos que, incluyan, tendencias a varios años, y que determinen cuándo se alcanzaría (en cada rubro) una facturación de mil millones de pesos (y/o algún otro valor que ustedes consideren pertinente). DAnalizar las particularidades que observen en cada análisis e indicarlas en el informe.

(Figura 9)

La omisión de las actividades de las semanas 3 y 4 se justifica exclusivamente por la dependencia de su desarrollo respecto a lo que surja de las actividades de las semanas 1 y 2. Si en esas primeras actividades surge, por ejemplo, el concepto de logaritmo, la dinámica se adapta. Aunque las actividades de esas primeras semanas, inicialmente, se diseñaron para ser resueltas sin requerir el uso del logaritmo, existe la posibilidad de que alguien familiarizado con dicho concepto lo incorpore para resolver el problema. Por esta razón, en las semanas 3 y 4, se emplean las mismas situaciones que en las semanas iniciales, junto con guías adicionales para que, en caso de no haber surgido, el concepto de logaritmo emerja. De igual modo, si ya ha sido introducido, estas semanas se centran en explorar propiedades y características aún no abordadas. Esto se debe a que se pensaron siguiendo el principio de Reutilización del modelo HyFlex, en donde los objetos se reorganizan de manera dinámica. La resolución de las actividades planteadas, se pueden ver en el Anexo A.1 -

Tal como fue expresado con anterioridad, la propuesta (desde la didáctica de la matemática) está pensada, principalmente, atendiendo a las configuraciones y criterios de idoneidad presentes en el EOS al que se le integra, en este caso, la TSD.

El EOS parte de que, para poder comprender y mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje en matemática, hay que ir cuestionando y analizando los problemas inherentes a la propia matemática y a la naturaleza del saber matemático estableciendo, de esa forma, configuraciones epistémicas y cognitivas entre los distintos objetos y prácticas. Las configuraciones epistémicas, junto con el análisis didáctico de estas actividades, se pueden ver detalladamente en el Anexo A.2 - .

En cuanto los criterios de idoneidad presentes desde el EOS, si observamos la idoneidad epistémica, las actividades se enfocan en el análisis, elaboración de informes y la comunicación, en lugar de enfatizar simplemente en realizar cuentas. Esta aproximación promueve una matemática más profunda y contextualizada, que va más allá de un enfoque mecanicista y se centra en aspectos comunicativos y argumentales, que son fundamentales en el quehacer matemático.

Por otro lado, la idoneidad cognitiva se ha considerado cuidadosamente. Antes de diseñar e implementar las actividades, se llevaron a cabo análisis de resultados de cuatrimestres anteriores y encuestas para realizar un diagnóstico y conocer el punto de partida de los y las estudiantes. Esto permitió determinar que el contenido y la forma de enseñanza no solo están al alcance de los estudiantes, sino que se ha estado trabajando en un camino previo a esta propuesta que facilita su comprensión. La elección de los distintos tipos de objetos primarios en la actividad responde a este diagnóstico y permite adecuar la enseñanza a las necesidades y capacidades de los estudiantes.

Al observar las actividades desde los criterios mediacionales y ecológicos, se puede notar que los recursos y materiales se diseñaron pensando en la adecuación para la población, considerándolos como estudiantes de una cierta carrera y como parte de una institución concreta, con sus propias exigencias y demandas, todo dentro de un contexto socioeconómico específico. Es decir que, la actividad fue pensada *específicamente*, para esta población, atendiendo a sus intereses y adecuándose a las características y exigencias institucionales.

Todo esto, contribuirá a mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, promoviendo un aprendizaje significativo y enriquecedor, ya que fomenta una matemática más profunda y comunicativa. Con todo esto, se puede observar que, la actividad diseñada, cumple con los criterios de idoneidad del EOS.

A todo este marco que aporta el Enfoque Ontosemiótico, se le integra la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD). En esta, se busca que los y las estudiantes aprendan, principalmente, a través de las interacciones sociales, donde el intercambio con diferentes actores desempeña un papel fundamental. Las situaciones planteadas buscan acercar a los y las estudiantes al quehacer matemático, fomentando la formulación de conjeturas, análisis y argumentación de decisiones en un contexto extra matemático. El diseño de la actividad se orienta a que los y las estudiantes aprendan sobre funciones exponenciales como objeto matemático. La narrativa inmersiva del rol de asesor gubernamental crea situaciones a-didácticas que guían la construcción de conocimiento matemático al otorgarles sentido a las problemáticas planteadas.

Es posible, además, identificar la presencia de los diversos tipos de situaciones didácticas en la actividad. Por un lado, se encuentran situaciones de Acción, donde cada estudiante puede resolver investigando e indagando en pequeños grupos, ya que se presenta desde un contexto genuino y de interés para ellos (económico). Por otro lado, las situaciones de Formulación/Comunicación son fundamentales, ya que los y las estudiantes deben comunicar sus resultados a través de informes y presentaciones a sus pares, justificando y validando sus conclusiones y propuestas, lo que se alinea con la Situación de Validación. Al finalizar la actividad, tras comparar las distintas actividades, con el curso completo, se observa la presencia de la Situación de Institucionalización al organizar y dar forma al concepto de función exponencial, consolidando los conocimientos adquiridos a lo largo de la actividad.

En todas estas etapas, el rol docente es, no solo el de quien diseña las situaciones didácticas sino también el de facilitador, haciendo las intervenciones necesarias para abordar las distintas posibles complejidades que se puedan presentar. Así, todo este análisis que se hace de la actividad previa a la implementación permite elaborar una serie de conjeturas de posibles problemas que puedan ir surgiendo en el momento de aplicar la actividad y que pueden anticipar algunas intervenciones. Las devoluciones que el docente pueda hacer pueden estar vinculadas al problema o al saber.

En el caso de las devoluciones del problema, estas se realizarán (en todas las actividades acá planteadas) siguiendo lo descripto en el apartado 4.1.4 - del marco teórico, recordando que cada intervención devuelve la responsabilidad de resolver el problema al estudiante.

Un análisis más detallado de las actividades desde la TSD se puede ver en el Anexo A.3 - . Así, estas actividades diseñadas bajo el enfoque de la TSD promueven el aprendizaje a través de interacciones sociales y situaciones auténticas, permitiendo que los estudiantes se acerquen y comprendan los conceptos matemáticos mediante la resolución de problemas en un contexto significativo y relacionado con su área de interés, integrándose al marco que ofrece el EOS.

Se puede observar, además, que, en esta actividad, aunque no se diga *explícitamente* que se deben usar TIC, están presentes de manera troncal, siguiendo los criterios que fueron expuestos en el marco teórico. Por un lado, las TIC no son protagonistas (aunque estén presentes todo el tiempo), sino que se usan para favorecer el aprendizaje matemático. Siempre está presente el objetivo matemático, ese es el foco. Así, GeoGebra, Moodle, Google Docs y los otros recursos usados ofrecen, no solo una libertad en la elección del recurso, sino también que se usan para favorecer el razonamiento matemático. Complementan el razonamiento y, si bien en algunos casos, resultan imprescindibles, su uso genera la búsqueda de pruebas y evidencias matemáticas.

Siguiendo con la actividad propuesta, en este modelo, el rol docente es de facilitador y, en algunos casos, hasta podría ser de co-aprendiz. Así, participando en las situaciones a-didácticas, las intervenciones que guían parte del proceso, entonces, serán aquellas que desbloqueen algunas trabas que puedan tener los grupos o las que permitan un análisis más minucioso.

5.2.3 - Implementación

La primera implementación de esta parte se llevó a cabo durante el primer mes de clases del primer cuatrimestre de 2023, en las comisiones A1 y B1 correspondientes a turnos mañana y tarde con 22 y 18 estudiantes respectivamente. Del total de estudiantes inscriptos, 7 no asistieron a ninguna clase, ni se conectaron al aula virtual.

De la población total, el 32% ya había cursado la materia con anterioridad, por lo que, recordaban (en mayor o menor medida) el tema de una cursada anterior. En general, el 66% estaba cursando un total de 3 materias, un 21%, dos materias y, el resto 4 materias. El 53.7% trabajaba, tanto en relación de dependencia como por cuenta propia (casi en la misma proporción) y poco menos del 50% tenía hijos e hijas que atender. En estos casos, que en general coincidan con quienes cursaban menor cantidad de materias, no le dedican mucho tiempo de estudio en sus hogares.

La implementación, en gran medida, se llevó a cabo tal como fue diseñada, la única parte que no se realizó exactamente como fue planificada, fue la evaluación. Si bien sí se realizó la evaluación grupal presencial, no se llegó a diseñar una rúbrica adecuada para la evaluación 360, por lo que se cambió por la pequeña actividad de metacognición, que ya se venía planteando en cuatrimestres anteriores, en donde se esperaba, observen su trayectoria de manera crítica. Se les pedía que respondan a dos consignas indicando:

- ¿Qué es lo que más les gustó y lo que menos les gustó de la cursada y cómo creen que se podría mejorar?
- 3 cosas que aprendieron, 2 cosas que les sorprendieron y 1 en la que deberían mejorar.

5.2.4 - Análisis de resultados y ajustes

Tras la implementación de la primera parte, se han realizado encuestas a los y las estudiantes que han participado de la misma. Adicionalmente, se le ha dedicado tiempo de clase para la reflexión del trabajo de esta primera etapa. Esta reflexión fue dialogada entre docente y estudiantes. Se decidió realizar ambas estrategias de recopilación de datos para identificar aquellas opiniones e impresiones que no suelen reconocer o volcar en una encuesta prefijada, pero que, en charla grupal surgen más libre y espontáneamente.

Cabe aclarar que, al momento de realizada la encuesta, aun se estaba llevando a cabo la cursada de la materia por lo que no se tienen resultados de la incidencia en la acreditación final de matemática 2, y la opinión de los y las estudiantes no está influenciada por la situación en la que hayan quedado al finalizar el cuatrimestre.

En una mirada general, de las observaciones de los y las estudiantes se puede concluir que la experiencia fue, positiva. Así, tanto en la encuesta como en la reflexión grupal, los y las estudiantes destacaron la forma de trabajo como algo que, si bien los asustó de entrada, al ir metiéndose en la manera de trabajo (y aceptándola) y en la narrativa, fueron descubriendo que aprendían.

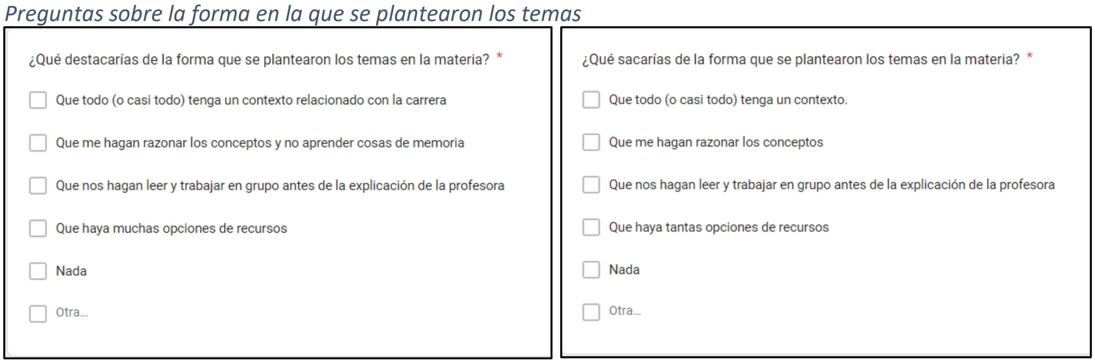
Con respecto al acceso a los recursos digitales, el 95.1% de los encuestados, afirmó que, aunque tienen acceso a alguna computadora (propia o familiar), prefiere conectarse al aula virtual y a los recursos desde el celular, lo que, en muchos casos, fue un problema para acceder a algunas funcionalidades, en especial el Genially que, cuando tiene gran cantidad de vínculos, se pierde un poco su potencialidad. En este sentido, para la próxima edición, en adición a la opción de que los datos de las situaciones estén inmersos en la narrativa desde el Genially que muestra la computadora, se les dará la alternativa de que los archivos estén directamente cargados en el Moodle (en una sección especial para esto). Algo similar ha ocurrido con el applet embebido en el aula virtual, no ha sido práctico para quienes solo utilizan celular. Aunque la mayoría prefiera usar celular, en la charla, muchos afirmaron que, cuando se les complicaba acceder a alguno de los recursos desde el dispositivo móvil, buscaban alguna computadora (cuando era posible) para utilizarlos.

Respecto a la metodología, casi el 50% afirma que la disfrutó de entrada y, casi un 30% que le costó, pero la disfrutó después. Solo un 8% informó que no le gustó y que quiere una explicación clásica.

Al observar los resultados de la encuesta, apareció algo interesante para destacar. Es lo que ocurrió con las preguntas que hacían referencia a lo que más destacaban de la modalidad y aquello que sacarían. Ambas preguntas presentaban las mismas opciones, como se puede ver en la Figura 10

Figura 10

Preguntas sobre la forma en la que se plantearon los temas


¿Qué destacarías de la forma que se plantearon los temas en la materia? *

- Que todo (o casi todo) tenga un contexto relacionado con la carrera
- Que me hagan razonar los conceptos y no aprender cosas de memoria
- Que nos hagan leer y trabajar en grupo antes de la explicación de la profesora
- Que haya muchas opciones de recursos
- Nada
- Otra...

¿Qué sacarías de la forma que se plantearon los temas en la materia? *

- Que todo (o casi todo) tenga un contexto.
- Que me hagan razonar los conceptos
- Que nos hagan leer y trabajar en grupo antes de la explicación de la profesora
- Que haya tantas opciones de recursos
- Nada
- Otra...

Lo interesante de destacar, en este caso, es que la opción que consiguió mayor porcentaje de respuestas (Figura 11) es, en ambas preguntas, la misma: lo que más destacan es, también, lo que sacarían; y es la opción: *Que me hagan razonar los conceptos y no aprender cosas de memoria*.

Figura 11

Gráficos de las respuestas destacadas

Al consultarles sobre esto, en la charla, afirmaban que, en términos generales, lo destacan y es algo que valoraron y que, se dan cuenta, les ayudó a entender y a aprender los temas, pero, por otro lado, afirmaban que les llevaba mucho trabajo y les quitaba tiempo de estudio de otras materias. Lo destacan, lo valoran y lo reconocen como importante, pero, varios *prefieren* la simplicidad de repetir mecanismos, porque es *"más fácil aprobar"*[5]. De todas formas, esto es una impresión global, en cada comisión; ya que, al mirar puntualmente las respuestas, son pocas las personas que marcaron la misma opción en ambas preguntas, en particular, considerando que es un porcentaje bastante cercano al de quienes no sacarían nada.

Unos cuantos sintieron que el tener opciones de recorridos y de situaciones les complicaba el estudio, porque se sentían abrumados por la cantidad de alternativas. Afirmaron que, de a poco, fueron entendiendo la dinámica, pero, aun así, sentían que estaban atrasados porque no hacían todos los recorridos.

Algo que reconocieron como importante en su aprendizaje, fue el material que estaba subido al aula virtual. Comentaron que, les resultaban de lectura amena y, afirmaron, les sirvió como para ordenar la información. Decían que, si no se les ocurría cómo pensar alguna situación o problema, leían un poco del material y, les servía para orientarse. Además, destacaron que, a diferencia de los textos que les daban en Matemática 1, que eran fragmentos de libros muy academicistas, la escritura coloquial y colorida algunos de los apuntes los invitaba a leer y eran de compresión simple.

Con respecto a la evaluación, en la charla, destacaron con mucho énfasis la evaluación grupal. Valoraron que se les haya evaluado de manera consistente a la modalidad de trabajo, y reconocieron que el apoyo de sus compañeros fue importante. Solo muy pocos mencionaron que, les molestaba que algunos de sus pares, que no habían trabajado a la par, se hubieran llevado una nota "*de arriba*". Para una futura edición de esto, se espera mejorar esto con la implementación de la evaluación 360 que había sido planificada.

Otro ajuste a implementar es que, en el caso de que no se pueda implementar la evaluación 360 o se opte por mantener la pequeña actividad de metacognición, se harán ajustes en la pregunta "*¿Qué es lo que más les gustó y lo que menos les gustó de la cursada y cómo creen que se podría mejorar?*". Esto se debe a que la consigna, al preguntar sobre gustos, es muy amplia y puede dar

[5] Respuesta textual de varios estudiantes.

lugar a respuestas que no sean pertinentes. En el caso de mantener esta actividad, se harán ajustes a la pregunta para orientar la respuesta para que indague, por ejemplo, en las estrategias que usaron y que sienten que les sirvieron, o cambiar el enfoque y preguntar por cuestiones que indaguen sobre la utilidad (o no) de la modalidad del trabajo realizado y si hay alguna estrategia o parte de la dinámica que se llevarían a otra materia.

El próximo paso, entonces, para una futura implementación de esta etapa, será hacer ajustes en la parte de la evaluación, incluyendo la autoevaluación y la evaluación entre pares.

Respecto de la experiencia en general, hay que hacer algunos ajustes. Por un lado, cambiar algunas de las situaciones que ya fueron usadas en los apuntes y cursadas anteriores, ya que muchos de quienes recursaban la materia, buscaban forzar las cosas que recordaban (bien o mal) a esas funciones que ya se habían trabajado. Consultaban con frases como: "*Yo me acuerdo de que el cuatrimestre pasado era algo así…*". Esto hacía que el trabajo de razonamiento grupal perdiera parte de sus fortalezas. Por tal motivo, se buscarán situaciones diferentes o, se las reformulará de manera que tengan un enfoque diferente. Para evitar que se abrumen con las opciones, se probará, por un cuatrimestre, no darles la opción de elegir la situación de entrada, sino directamente distribuirlas azarosamente entre los grupos. Tras esa prueba, se volverá a revisar esa dinámica.

Al finalizar la unidad implementada, se observó que, la manera en la que manejaban e incorporaban los conceptos fue bastante cercana a la pretendida.

En las primeras actividades presentadas, los *informes* no tenían más que algunas cuentas sueltas y gráficos y carecían de la estructura requerida. Se observaron muchas deficiencias en cuanto a la escritura. Sin embargo, a medida que se iban haciendo las devoluciones y nuevas entregas, las formas en las que se comunicaban, tanto verbal como matemática y tecnológicamente, fue avanzando. Los argumentos empezaron a surgir y, con ellos, se observaba una asimilación de los conceptos matemáticos. Al finalizar la unidad no se ha logrado que, las entregas de informes tengan el nivel esperado, aunque sí, se ha observado un gran avance. Se puede probar, en una futura implementación, ofrecerles material sobre escritura de informes, no sin antes indagar si, en la materia de lectoescritura que tienen en el ingreso, trabajan con ese tema.

En los informes que presentaron al momento de la evaluación, ya había una estructura emergente que permitía comunicar sus resultados de manera adecuada. Se espera que, para el momento de que la implementación se haga en toda la materia, esto se haya logrado, dado que, si se mantiene el tipo de trabajo a lo largo de un cuatrimestre completo, puede llevar a que se produzca este crecimiento.

La manera en la que los y las estudiantes describían sus razonamientos y procesos, y la forma en la que comunicaban sus resultados ha evolucionado desde la primera actividad hasta la última. La forma en la que se vinculan con los objetos involucrados y el sentido que les dan se ha acercado un poco a lo esperado. Sin embargo, han tenido dificultades al realizar algunas operatorias que requieren el uso de algunos procedimientos necesarios para encontrar llegar a ciertas conclusiones. Se ha observado que tienen grandes dificultades cuando se trata del manejo algebraico que es requerido para la resolución de algunas ecuaciones e inecuaciones lineales. Estos problemas causan obstáculos al momento de, por ejemplo, calcular un dominio de una función logarítmica. Se observa que comprenden que el argumento debe ser positivo, pero se encuentran con dificultades al momento de hacer los despejes necesarios. En este sentido, el trabajo grupal, aportó a que este obstáculo no fuera mayor ya que, en cada grupo, había quien *sabía* resolverlo y se encargaba de eso. Esto puede generar algún cambio para tener en cuenta a futuro, ya que esto no soluciona el problema o deficiencia traída de, en general, el nivel medio, solo lo esquiva en favor del objeto “dominio de la función logarítmica”.

Desde el punto de vista epistémico, es algo que se debe considerar, teniendo presente que la resolución de ecuaciones e inecuaciones lineales es algo que no corresponde a Matemática 2 como objeto de estudio, pero sí, como herramienta que sustenta el trabajo. Se trata, en definitiva, de preguntarse, ¿Vale la pena dedicarles tiempo a esas cosas que *deberían* traer sabidas cuando se las puede resolver desde, por ejemplo, una aplicación como GeoGebra? Es algo que será pensado para futuras ediciones.

Tanto desde la planificación como desde la observación de las impresiones de los y las estudiantes (a través de la encuesta final y de la charla de cierre) se pudo observar que, algunas de las dificultades y dudas que tenían inicialmente, muchas fueron resueltas. Si bien no se resolvieron la totalidad de los problemas identificados inicialmente, sí fueron cubiertas (y valoradas) las dudas sobre aplicabilidad y las que partían de un tema actitudinal (“*la matemática es difícil y lejana*”). Queda por revisar algunos de los problemas instrumentales respecto a reglas y procedimientos que no estarían bien aprendidos (o afianzados) de la matemática de la escuela media. Así, lo cognitivo, interaccional y emocional, están entrelazados y contemplados.

5.3 - Continuación.

La implementación de estas dos etapas, se espera iniciarla en el 2024, después de los ajustes de la primera etapa.

5.3.1 - Límites y Continuidad

Para la unidad de Límites y Continuidad, se trabajará con un esquema similar al de la primera etapa. Las situaciones con las que se trabajarán responderán, por ejemplo, al cálculo de impuestos y tasas y casos similares que involucren rangos. Por ejemplo, el caso del impuesto a las ganancias, donde el porcentaje a pagar depende de la diferencia entre el sueldo y el mínimo no imponible. Comparando estos rangos, se buscará analizar la idea de continuidad. También se analizarán historiales de diferentes variables sociales y económicas, como son poblaciones, precios de algún producto o divisa, consumo de algún producto per cápita, etc., que permitan hacer análisis desde los gráficos y estimar proyecciones a futuro (límites al infinito).

De esta forma, se trabajará la noción de continuidad en paralelo con la de límites, hablando de tendencias.

5.3.2 - Derivadas

La parte de derivadas se centrará en el concepto de derivada como tasa o razón de cambio. Se abordará desde la idea desde funciones costo y utilidad marginal. Se buscarán aplicaciones que aborden esto. La idea general, es seguir con la misma dinámica, buscar situaciones que desde su análisis lleven a buscar la *velocidad* con la que cambia una de las variables respecto de la otra y, desde ese concepto, llegar a las ideas, conceptos y propiedades. Desde el mismo contexto, el cálculo de máximos y mínimos de funciones económicas permitirá trabajar con el concepto de crecimiento y de extremos.

Hasta el momento que se pueda realizar el diseño y la implementación de esta etapa, se seguirá trabajando con las aplicaciones y con la idea de velocidad desde el apunte actualizado, con una modalidad híbrida, que busca, de a poco, ir acercándose al modelo HyFlex.

5.3.3 - Consideraciones para futuras implementaciones

En función de los resultados que se obtengan, en una próxima implementación de la primera parte, respecto de la elección de los recorridos, se podría determinar que la cantidad de alternativas de elección de caminos se vaya incrementando a lo largo del cuatrimestre. Así, en la primera unidad, se les darán las situaciones sin opciones, en la segunda, se les ofrecerán algunas pocas alternativas y, más adelante, para la última unidad, se trabajará con más opciones.

Algo más que se tratará de pensar y buscar (y organizar) es alguna situación (o varias) que, desde diferentes enfoques, sirva para las 3 unidades. Así, se puede trabajar toda la materia abordando los distintos temas desde una misma situación. Esto tiene, potencialmente, la ventaja de que, al estar inmersos en el contexto, el manejo de las variables que estén vinculados ya estaría incorporado y se podría hacer un análisis más fino de las situaciones que lleven a los temas a trabajar. Por otro lado, es posible que una sola situación no permita la riqueza que sí aportan diferentes problemas. Por ese motivo, es algo que debe ser considerado.

Se espera que, para el momento de la implementación de las etapas 2 y 3, los y las estudiantes ya estén habituados a la metodología de trabajo y, aparezcan nuevas ideas para futuros ajustes.

Mientras se estén llevando a cabo las implementaciones de las distintas etapas, se indagará en nuevas herramientas y recursos digitales que puedan enriquecer la propuesta.

6 - CONCLUSIONES

Es muy positivo que los y las estudiantes hayan experimentado una evolución en la forma en que describen sus razonamientos y procesos, así como en la manera en que presentan sus resultados a lo largo de las actividades. Este progreso indica que el enfoque EOS está teniendo un impacto en el desarrollo de sus habilidades comunicativas y argumentativas en el contexto matemático. En especial, dada la importancia de que los y las estudiantes comprendan que, la matemática está a su alcance, que está en su cotidianidad y que se construye a fuerza de observaciones, preguntas y repreguntas y de manera social. Que muy pocos elegidos en la historia fueron capaces de desarrollar cosas, aislados y solos. El ser humano, es un ser social y por eso es social, también, la matemática. El poder hacer observaciones, debatir ideas y propuestas, elaborar conjeturas y ponerlas a prueba son solo algunas de las habilidades que este proyecto buscaba desarrollar.

Sin embargo, es comprensible que se hayan encontrado con dificultades al realizar algunas operatorias que requieren manejo algebraico, especialmente en la resolución de ecuaciones e inecuaciones lineales. Estas dificultades pueden surgir como resultado de deficiencias previas en sus conocimientos o habilidades matemáticas, que no han sido completamente abordadas en etapas anteriores. Por lo tanto, es relevante cuestionarse si es adecuado dedicar tiempo a reforzar estas deficiencias y brindar a los y las estudiantes recursos y herramientas para mejorar sus habilidades algebraicas y garantizar una base sólida para el trabajo en Matemática 2 o, por ejemplo, aprovechar la posibilidad de utilizar aplicaciones como una alternativa válida para facilitar el proceso. En cualquier caso, también es importante asegurarse de que los y las estudiantes comprendan los fundamentos algebraicos detrás de esas operaciones y no dependan exclusivamente de herramientas tecnológicas. Es esencial reflexionar sobre la mejor manera de abordar las dificultades en el manejo algebraico y encontrar el equilibrio entre proporcionar herramientas para resolver problemas y garantizar una comprensión sólida de los conceptos matemáticos fundamentales. Esto permitirá mejorar la preparación de los estudiantes y fortalecer su desempeño en la resolución de problemas matemáticos en contextos más amplios.

La preferencia de un enfoque que tenga al EOS como marco general y soporte por sobre cualquier otro, fue por la predisposición que tiene para ser integrado con cualquier otra corriente o modelo. Así, al vincularlo con un contexto acorde al grupo de estudiantes, identificando situaciones – problemas cercanos y dándoles flexibilidades en elección de recorridos y actividades, permite el aprender matemática, haciendo matemática (o acercándose al quehacer matemático). Así, además, en el camino, aprender a aprender, porque estas habilidades se pueden llevar a otras áreas y disciplinas.

El análisis de las actividades diseñadas y la propuesta desarrollada, bajo la perspectiva de los criterios de idoneidad didáctica propuestos por el enfoque ontológico semiótico, ha dado lugar a una propuesta innovadora que supera la metodología previamente utilizada en relación con la aplicabilidad de las matemáticas y la integración de las TIC, con el propósito de enriquecer el proceso de aprendizaje.

La adopción de un enfoque híbrido en la enseñanza, que amalgama elementos de la enseñanza presencial y virtual, puede aportar enriquecimiento y congruencia con la contemporaneidad. La virtualidad, respaldada y fortalecida por su cualidad asincrónica, abre puertas a una flexibilidad temporal que se adapta a las circunstancias individuales. Por otro lado, la presencialidad se destaca al conferir un sentido de estructura y pertenencia grupal, así como la oportunidad de interactuar directamente con pares. Siempre y cuando las actividades sean diseñadas de manera cohesionada e integrada, esta metodología responde a las fortalezas de ambos modelos y se integran a favor de un aprendizaje rico y significativo.

Así, con este proyecto se puede mostrar que, de la misma manera que la matemática no es una ciencia acabada y cerrada, tampoco lo es la enseñanza de la matemática. Que se puede enseñar y aprender matemática con algo más que un pizarrón lleno de definiciones, propiedades y ejemplo, con listas de ejercicios kilométricos y con aplicaciones solo al final, a modo ilustrativo. Se puede pensar “al revés”. Se puede hacer eco de lo que ocurrió en la historia de la matemática que no empezó con definiciones que terminaban en las aplicaciones. Si al ser humano le llevó siglos (y milenios) recorrer ciertos caminos, ¿por qué pensar que nuestros estudiantes no podrían seguir un camino similar?

La narrativa que guio el camino de esta propuesta, el ser asesores del gobierno, relajó y hasta divirtió, lo que permitió darle un marco no tan formal ni estructurado que acercó a los y las estudiantes a un trabajo más desde lo conceptual que desde lo instrumental. Así, desde la inmunidad que les daba el rol de asesores, se permitieron opinar y justificar elecciones, que, de otra forma, no hubieran podido hacer, ya que el formalismo y la estructura que una clásica clase de matemática tiene, no permite (parecería) justificaciones en lenguaje simple y coloquial.

Es alentador saber que, en los informes presentados durante la evaluación, ya se pudo observar una estructura emergente que permitía a los estudiantes comunicar sus resultados de manera adecuada. Esto indica que los esfuerzos realizados hasta ahora en el diseño y desarrollo de la actividad han sido positivos y han dado resultados prometedores.

Es comprensible que el logro de una comunicación efectiva y acorde a lo esperado en toda la materia puede requerir tiempo y una implementación continua del enfoque. La naturaleza compleja de las habilidades comunicativas y argumentativas en el contexto matemático implica que los estudiantes necesitarán tiempo para desarrollar y perfeccionar estas competencias.

El hecho de que la actividad se extienda durante un cuatrimestre completo es una oportunidad valiosa para que los y las estudiantes puedan experimentar y practicar la comunicación y argumentación matemática de manera sostenida. A medida que avancen en el curso, es probable que adquieran mayor confianza y destreza en la expresión de sus ideas matemáticas.

Además, mantener el tipo de trabajo y la continuidad del enfoque a lo largo de la materia contribuirá a fortalecer el proceso de aprendizaje y consolidar los conocimientos matemáticos en un contexto comunicativo y argumentativo. Es importante seguir brindando oportunidades para la reflexión y una retroalimentación constructiva, así como ofrecer espacios para la discusión y el intercambio de ideas, ya que esto contribuirá al desarrollo de las habilidades comunicativas de los y las estudiantes.

Para evitar que estas habilidades no queden solo en el marco de Matemática 2, se espera que, al momento de implementarlo en otras comisiones de esta materia, otros docentes puedan observar las fortalezas de esta modalidad y, puedan llevarse algunas de las estrategias y habilidades a otras materias que dictan.

Finalmente, si se mantiene el enfoque y se da tiempo suficiente para la implementación, es probable que los estudiantes logren un crecimiento significativo en sus habilidades de comunicación y argumentación matemática. El aprendizaje de estas competencias es un proceso continuo que se verá fortalecido a medida que los estudiantes se enfrenten a diversas situaciones y desafíos matemáticos a lo largo del curso.

7 - BIBLIOGRAFÍA / WEB GRAFÍA

Abrate, R. S., Gabetta, I. B., & Pochulu, M. D. (Diciembre de 2007). La enseñanza de la Matemática en Ciencias Económicas, ¿en contexto o fuera de contexto? *Union: Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 3*(12), 53-62. Obtenido de https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/1227

Andreoli, S. (Mayo de 2021). Modelos híbridos en escenarios educativos en transición. *Serie "Enseñanza sin presencialidad: reflexiones y orientaciones pedagógicas"*. Citep. Centro de Innovación en Tecnología y Pedagogía. UBA. Obtenido de http://citep.rec.uba.ar/covid-19-ens-sin-pres/

Área Moreira, M. (2022). La Transformación Digital en Educación Superior. Hacia la Enseñanza Híbrida. *Conferencia Virtual en el marco del lanzamiento de la tercera cohorte MEED*. Facultad de Informática - UNCo. Obtenido de https://youtu.be/EziV31a1TUI?t=4945

Área Moreira, M., & Adell Segura, J. (2009). e-Learning: Enseñar y Aprender en Espacios Virtuales. En J. De Pablos (Coord), *Tecnología Educativa. La formación del profesorado en la era de Internet* (p. 391-424). Málaga: Aljibe.

Area Moreira, M., Bethencourt Aguilar, A., & Martín Gómez, S. (2023). Enseñar y aprender de modo híbrido y flexible en la educación superior. *RIED-Revista Iberoamericana de Educación a Distancia, 26*(1), 141-161. doi:https://doi.org/10.5944/ried.26.1.34023

Auzmendi Escribano, E. (1992). *Las actitudes hacia la matemática-estadística en las enseñanzas media y universitaria. Características y medición.* España: Ed. Mensajero.

Auzmendi, E., & Flores, W. (2018). Actitudes hacia las matemáticas en la enseñanza universitaria y su relación con las variables género y etnia. *Profesorado: Revista de currículum y formación del profesorado, 22(3)*, 231-248. doi:10.30827/profesorado.v22i3.8000

Barreiro, P., & Casetta, I. (2012). Teoría de Situaciones Didácticas. En M. Pochulu, & M. Rodriguez, *Educación Matemática: Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos.* (pp. 15 - 38). Universidad Nacional de General Sarmiento; Universidad Nacional de Villa María.

Cabero Almenara, J. (2006). Estrategias para la formación del profesorado en TIC. Sevilla, España: Universidad de Sevilla. doi:10.5944/educxx1.17.1.10707

Chehaibar, L. M. (2020). Flexibilidad curricular. Tensiones en tiempos de pandemia. En H. Casanova Cardiel, *Educación y Pandemia: Una visión académica.* Ciudad de México, México: Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación - Universidad Nacional Autónoma de México.

Coicaud, S. (2017). Realidad Virtual, realidad aumentada y educación. *4tas JORNADAS TIC de la UNLP*. La Plata. Recuperado el 2020, de https://youtu.be/a18wa7VLQUY

Coll, C. (2021). Aprender y enseñar con las TIC: expectativas, realidad y potencialidades. En R. Carneiro, J. C. Toscano, & T. Díaz, *Los desafíos de las TIC para el cambio educativo* (pp. 112-126). Madrid: Fundación Santillana. Obtenido de https://www.oei.es/uploads/files/microsites/28/140/lastic2.pdf

Eldestein, G. E. (2002). Problematizar las prácticas de la enseñanza. *Perspectiva, 20*(02), 467-482.

Font, V., Planas, N., & Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje, 33*(1). doi:10.1174/021037010790317243

Freire, P. (1969). *La educación como práctica de la libertad.* Madrid, España: Siglo XXI Editores.

Godino, J. (2017). Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico.*

Godino, J. D. (2022). Emergencia, Estado Actual y Perspectivas del Enfoque Ontosemiótico en Educación Matemática. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM), 2*(2), 1-24. doi:10.54541/reviem.v2i2.25

Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2003). Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas. *Matemáticas y su didáctica para Maestros*. Granada: Proyecto Edumat-Maestros.

Gómez Wilsson, M. C. (2019). Invitar a la motivación al aula. En capítulo: Gamificación para aumentar la motivación escolar. En R. Feltrero, & M. Gil Ortega, *Las tecnologías en la educación inclusiva* (pp. 79-88). Madrid: Global Knowledge Academics. Obtenido de https://www.calameo.com/read/00509824976d688082300

Kap, M. (Diciembre de 2020). "La educación a distancia es digital": Entrevista al Dr. Manuel Área Moreira. *Boletín SIED*(2), 93-105.

Labrador, E., & Villegas, E. (2016). Gamificación en la asignatura Diseño y Usabilidad 1. In R. S. Contreras, & J. L. Eguia, *Gamificación en Aulas Universitarias* (pp. 111-126). Bellaterra: Institut de la Comunicació, Universitat Autònoma de Barcelona.

Maggio, M. (2012). *Enriquecer la Enseñanza: Los ambientes con alta disposición tecnológica como oportunidad.* Buenos Aires: Paidós.

Maggio, M. (2018). Tiempos inmersivos. En *Reinventar la clase en la universidad* (pp. 45-67). Buenos Aires: Paidós.

Maggio, M. (2022). *Híbrida. Enseñar en la Universidad que no vimos venir* (Libro Digital ed.). Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Tilde Editores. Obtenido de https://www.tilde-editora.com.ar/

Ministerio de Educación. (8 de Septiembre de 2017). Resolución 3400-E/2017. Ciudad de Buenos Aires, Argentina. Obtenido de https://www.coneau.gob.ar/coneau/acreditacion-de-carreras/carreras-de-grado/convocatorias/carreras/contador-publico/

Onrubia, J. (2005). Aprender y enseñar en entornos virtuales: actividad conjunta, ayuda pedagógica y construcción del conocimiento. *RED. Revista de Educación a Distancia, número monográfico II*. Recuperado el Septiembre de 2020, de https://www.um.es/ead/red/M2/

Pochulu, M. D. (2015). Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática. En M. D. Pochulu, & M. A. Rodríguez, *Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (pp. 63-89). Los Polvorines: Universidad Nacional de General Sarmiento. Villa María: Universidad Nacional de Villa María.

Pochulu, M. D. (12 de Junio de 2016). Nota Dr Lic Marcel Pochulu. UTN San Francisco. Obtenido de https://www.youtube.com/watch?v=i8jGtTTG4v4

Pochulu, M. D., & Font Moll, V. (2022). Herramientas y constructos del enfoque ontosemiótico del conocimiento e instrucción matemáticos para el diseño y análisis de procesos de enseñanza y aprendizaje. In M. A. Rodríguez, M. D. Pochulu, & F. Espinoza, *Educación Matemática: Aportes a la Formación Docente desde Distintos Enfoques Teóricos. Volumen 2.* (pp. 15-48). Los Polvorines: Universidad Nacional de General Sarmiento. Retrieved from https://repositorio.ungs.edu.ar/handle/UNGS/1071

Pochulu, M., & Font, V. (2011). Análisis del Funcionamiento de una clase de Matemáticas no significativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 14*(3), 361-394. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/262656458_Analisis_del_funcionamiento_de_una_clase_de_matematicas_no_significativa

Pochulu, M., & Font, V. (2011). Análisis del Funcionamiento de una clase de Matemáticas no significativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 14*(3), 361-394. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/262656458_Analisis_del_funcionamiento_de_una_clase_de_matematicas_no_significativa

Rodríguez, M. (2017). *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en educación matemática.* Los Polvorines: Universidad Nacional de General Sarmiento.

Obtenido de https://ediciones.ungs.edu.ar/wp-content/uploads/2019/03/9789876302852-completo.pdf

Ruiz Ortega, F. J. (Julio-Diciembre de 2007). Modelos Didácticos para la Enseñanza de las Ciencias Naturales. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (Colombia), 3*(2), 41-60. Obtenido de https://www.redalyc.org/pdf/1341/134112600004.pdf

Sadovsky, P. (2005). La TSD: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. In H. B. Alagia, *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática* (Vol. 5, pp. 13-68). Libros del Zorzal.

Sancho Gil, J. (2012). Respuestas para pensar. *Encuentro UBATIC+ sobre tecnología y enseñanza en el nivel superior*. CITEP UBA. Obtenido de https://youtu.be/O4cGp-3wer0

Stewart, I. (2006). *Cartas a una joven matemática.* Barcelona: Crítica.

Suárez Rincon, M. L. (2018). Estrategias pedagógicas para la enseñanza de las matemáticas en Administración: Estudios y experiencias. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado, 21*(2), 79-89. doi:https://doi.org/10.6018/reifop.21.2.323261

UNPAZ. (2015). Estatuto Provisorio. Universidad Nacional de José C. Paz.

UNPAZ. (2022). *Plan de Desarrollo Institucional 2022-2025.* José C. Paz: Edunpaz.

Veliz, M., & Pérez, M. A. (2004). Las actitudes hacia la matemática y el rendimiento académico en alumnos de cálculo diferencial. En L. (. Díaz, *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 411-417). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/6350/

Wilhelmi, M., Font, V., & Godino, J. (2005). Bases empíricas de modelos teóricos en didáctica de las matemáticas: Reflexiones sobre la Teoría de Situaciones Didácticas y el Enfoque Ontológico y Semiótico. *Colloque International «Didactiques: quelles references epistemologiques (Actas en CD).* Bordeaux.

ANEXO A:

A.1 - Resolución de las actividades

Como se dijo con anterioridad, se va a realizar el análisis exhaustivo sobre la actividad de las semanas 1 y 2. Cualquier análisis (en este caso, desde el EOS y desde la TSD) parte de la resolución de la actividad, por lo que se decidió realizar primero estas resoluciones para luego centrarse en el análisis específico desde la teoría.

A.1.1 - Actividad de la primera semana

El enunciado de esta actividad puede verse en la Figura 12.

Figura 12
Enunciado de la Actividad 1

Situación a analizar:

En la planilla que está a continuación pueden ver los precios del valor del Kilowatt hora (en dólares) para cada uno de los países del Mercosur a diciembre del 2022[1]:

MERCOSUR

ESTADOS PARTE	Electricidad (en U$S/KWh)
Argentina	0,033
Brasil	0,171
Paraguay	0,055
Uruguay	0,249
Venezuela	0,046

ESTADOS ASOCIADOS	Electricidad (en U$S/KWh)
Bolivia	0,105
Chile	0,182
Colombia	0,185
Ecuador	0,096
Guyana	0,265
Perú	0,252
Surinam	0,016

PROMEDIOS	E. Parte	0,1108
	E. Asociados	0,157285714
	Total	0,137916667
PROMEDIO MUNDIAL		0,185

Como pueden ver, el precio, en Argentina, está desactualizado, muy por debajo del promedio de la zona y del mundo. Desde el gobierno nacional, queremos actualizar los precios para ser económicamente competitivos. Como consultores, les pedimos que analicen las siguientes situaciones:

Comparando con el promedio de los países Estados Parte del Mercosur, ¿qué porcentaje está el valor del precio del Kwh en Argentina, por debajo del promedio? ¿Y si se lo compara con el total del Mercosur? ¿Y con el mundial? Se necesita actualizar ese valor. En una primera etapa, al promedio de los Estados Parte. Elegir un porcentaje de aumento bimestral (que consideren adecuado para ser implementado en el país) y analizar cuántos bimestres se tardaría en llegar a actualizar el valor del Kwh. ¿Sobre qué total se calcula el porcentaje?

Si se llevan a cabo aumentos acumulativos bimestral (Es decir, cada bimestre se aumenta un cierto porcentaje por sobre el monto del bimestre anterior). ¿Cuál será el monto del Kwh después de un año? ¿Cuál después de dos años? ¿Cuánto tiempo se tardará para llegar al valor promedio de los Estados Parte? ¿Se llega justo o se pasa?

Hacer un análisis similar al anterior, pero buscando llegar al promedio del Mercosur y al promedio mundial. Realizar un informe con los resultados de sus análisis y las sugerencias que, en su carácter de asesores, plantean para la actualización de las tarifas eléctricas, teniendo en cuenta todos los factores socioeconómicos que consideren necesarios.

El kilowatt hora (Kwh) es la unidad de energía que las compañías que proveen el servicio de energía eléctrica usan usualmente como unidad de facturación. En Argentina, el costo del servicio eléctrico está desactualizado respecto de la mayoría de los países del mundo.

Adicionalmente, Argentina forma parte del Mercosur, un bloque económico de países latinoamericanos que se constituye como una potencia económica. El Mercosur fue fundado por Argentina, Brasil, Paraguay y Uruguay; luego, se incorporaría Venezuela (actualmente suspendido). Así, estos países forman los Estados Parte. Bolivia[6], Chile, Colombia, Ecuador, Perú, Guyana y Surinam forman un bloque denominado "Estados asociados".

[6] Bolivia está en proceso de admisión a los Estados Parte

Por esto, al momento de actualizar el valor del Kwh en Argentina, una primera etapa consistiría en actualizar el valor, acercándolo al promedio de los Estados Parte, luego a los de todos los países que forman el Mercosur y, finalmente, a nivel mundial.

Una primera aproximación al problema es identificar el nivel de atraso que se tiene, para esto, se calcula el porcentaje que retraso respecto del promedio de los valores de los Estados Parte:

$$Atraso = \frac{Tarifa\ Promedio\ de\ EP - \ Tarifa\ Argentina}{Tarifa\ Argentina} \cdot 100$$

$$Atraso = \frac{0{,}1108 - 0{,}033}{0{,}033} \cdot 100 = 235{,}76\%$$

Es decir que, a diciembre del 2022, el precio del Kwh en Argentina estaba atrasado un 235,76% respecto del promedio de los Estados parte del Mercosur (Un análisis similar arroja un atraso del 318% respecto al Mercosur completo y un 461% respecto al promedio mundial). De acuerdo con las preguntas que guían el problema, se trata de ir aplicando aumentos a lo largo del tiempo hasta llegar a actualizar el monto.

En este punto, los aumentos sugeridos, pueden responder a dos modelos: al de aumentos lineales o acumulativos. En el primer caso, si se aplican aumentos de, por ejemplo, un 20% bimestral sobre el precio de diciembre del 2022, quedaría:

Al cabo de un bimestre:

$$P_f = 0.033 + 0.033 \cdot \frac{20}{100} = 0{,}0396$$

En cada bimestre se aumenta $0.033 \cdot \frac{20}{100}$, por lo que, al cabo de n bimestres:

$$P_f(n) = 0.033 + 0.033 \cdot \frac{20}{100} \cdot n$$

Es decir que, para alcanzar el promedio de los Estados Parte:

$$0{,}1108 = 0.033 + 0.033 \cdot \frac{20}{100} \cdot n$$

$$n = \frac{389}{33} \approx 11{,}79\ bimestres$$

Es decir que llevaría casi 2 años. Este tipo de aumentos corresponde a un modelo lineal, en el que la tasa de cambio es constante y siempre refiere al mismo período, en este caso, el de diciembre del 2022. Sin embargo, las preguntas guía invitan a pensar la situación con aumentos acumulativos:

Al cabo de un bimestre:

$$P_1 = 0{,}033 + 0{,}033 \cdot \frac{20}{100}$$

$$P_1 = 0{,}033 \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right) = 0{,}0396$$

Al cabo de un segundo bimestre:

$$P_2 = 0{,}0396 + 0{,}0396 \cdot \frac{20}{100}$$

$$P_2 = 0{,}0396 \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right)$$

Esta expresión puede ser vinculada con la del primer bimestre:

$$P_2 = P_1 \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right)$$

$$P_2 = 0{,}033 \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right)$$

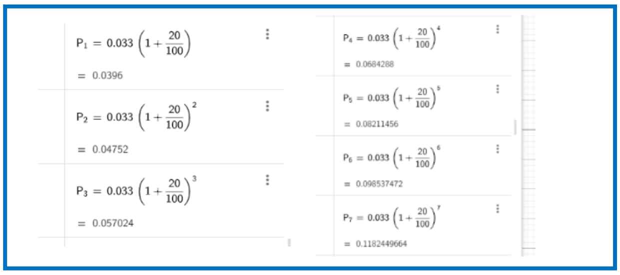
En cada bimestre el monto del bimestre anterior queda multiplicado por $\left(1 + \frac{20}{100}\right)$, por lo que, al cabo de n bimestres:

$$P_f(n) = 0{,}033 \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right)^n$$

En este paso, para alcanzar el promedio de los Estados Parte, no se tiene aún la herramienta de los logaritmos. Por lo que se puede encarar de varias formas. Por ejemplo, haciendo la cuenta para cada bimestre (en este caso, con GeoGebra):

Figura 13

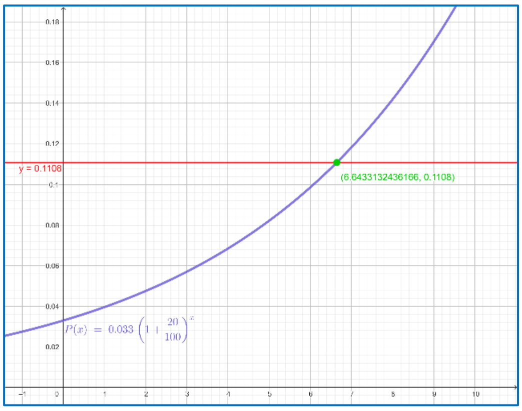
Operatoria con Geogebra



Otra opción es realizar los gráficos de la función anterior y de la recta $y = 0{,}1108$, para luego, usando la herramienta de intersección, identificar la solución a la ecuación:

Figura 14

Resolución con intersección de funciones



En el caso de disponer el concepto de logaritmo, el tiempo necesario se puede calcular:

$$0{,}1108 = 0{,}033 \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right)^{n}$$

$$\frac{0{,}1108}{0{,}033} = \left(1 + \frac{20}{100}\right)^{n}$$

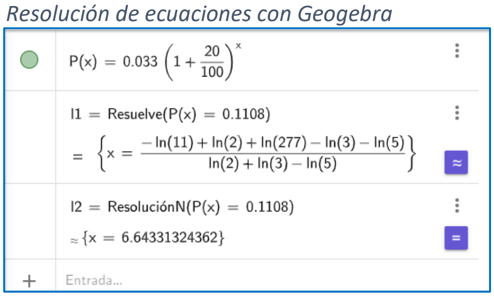
$$\log_{1+\frac{20}{100}}\left(\frac{0{,}1108}{0{,}033}\right) = n$$

$$6{,}64 \ = n$$

Con las herramientas “Resuelve” o “ResuelveN” de GeoGebra se puede calcular la ecuación de una manera más directa (en el caso de ResuelveN, aun sin tener la noción de logaritmo).

Figura 15

Resolución de ecuaciones con Geogebra



Como se puede ver, se puede apelar a gran cantidad de herramientas tecnológicas para resolver el caso de cuántos bimestres se requieren, si se busca actualizar la tarifa con aumentos acumulativos del 20%.

Algo importante a destacar es que es necesario ajustar las soluciones al contexto en el que se está trabajando. Las funciones que permiten actualizar el precio, en cualquiera de sus dos modelos, se definen para una variable n que representa la cantidad de bimestres, por lo que, su dominio solo corresponde a números naturales. Por eso, es que, independientemente del modelo que se haya usado y el método de resolución, se deberá ajustar esos valores a números naturales. Así, en el caso del modelo lineal, se necesitarán 12 bimestres, mientras que, en caso del acumulativo, serán 7 bimestres.

El resto de la actividad consiste en ir repitiendo estas secuencias, con diferentes valores para poder sugerirle al gobierno lo que, cada grupo de asesores considere como la manera más adecuada de hacer las actualizaciones de precios. En estos análisis suelen intervenir otros factores vinculados a las realidades socioeconómicas del país, como ser actualización de sueldos por paritarias, inflación y otros conceptos.

A.1.2 - Actividad de la segunda semana

El enunciado de la semana 2, con el que se va a trabajar se puede ver en la Figura 16.

Figura 16

Enunciado de la Actividad de la semana 3

Situación a analizar:

Durante el último tiempo ha aumentado sustancialmente el comercio electrónico. Así, la Cámara Argentina de Comercio Electrónico (CACE), ha elaborado un resumen con los datos estadísticos más relevantes en diferentes rubros. A continuación, pueden ver los datos de algunos de esos rubros.

Facturación por rubro (En millones de pesos)				
Años	Equipos de audio, imagen, consolas, TI y telefonía	Materiales y herramientas de construcción	Artículos de oficina	Pasajes y Turismo
año 2015	8,012	0,325	1,44	17,31
año 2016	11,39	1,135	2,055	25,58
año 2017	18,36	1,995	2,099	43,64
año 2018	27,175	3,354	3,088	60,66
año 2019	46,2	7,012	5,672	87,069
año 2020	153,122	24,682	16,19	44,997
año 2021	247,087	21,477	21,178	177,041
año 2022	380,44	42,724	33,217	637,803

Fuente: Elaboración propia sobre datos de la Camara Argentina de Comercio Electrónico

Desde el gobierno nos queremos anticipar a algunos de los movimientos del mercado electrónico. Por tal motivo, y en su carácter de asesores, les pedimos que elaboren un informe con las características más significativas del análisis de estos datos. Necesitamos que, incluyan, tendencias a varios años, y que determinen cuándo se alcanzaría (en cada rubro) una facturación de mil millones de pesos (y/o algún otro valor que ustedes consideren pertinente). DAnalizar las particularidades que observen en cada análisis e indicarlas en el informe.

Al momento de hacer la resolución de la actividad de la segunda semana, se puede ver que, desde lo macro, la actividad es muy similar a la anterior: se trata de hacer un análisis de la situación y de elaborar un informe con las conclusiones. La diferencia fundamental entre las dos problemáticas radica en la manera en la que se presentan los datos iniciales con los que se va a trabajar. En este caso, los datos que presenta el problema corresponden a los valores de la cantidad facturada (en millones de pesos) en Argentina durante los últimos años para varios rubros.

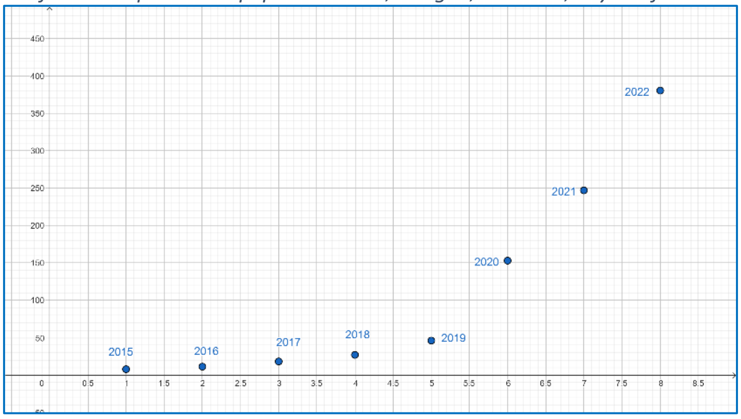
En los datos que se presentan, la variable independiente corresponde al año (calendario), lo que presenta la primera dificultad al momento de analizarla, en especial, si se pretende encontrar una función que interpole o, al menos, aproxime los datos. Si bien se puede trabajar (desde lo matemático) con el año calendario, al hacer los ajustes con las herramientas digitales (como GeoGebra o Planillas de cálculo), por la estructura de las funciones con las que trabajan, podría no resultar en algo operable. Por eso, se tomará como variable independiente la cantidad de años desde 2014. Así, el año 2015, corresponde al valor $x=1$, el 2016 al $x=2$ y así sucesivamente.

Dado que los datos corresponden a valores reales, no hay un ajuste perfecto a una función exponencial, por tal motivo, se hablará de tendencia. Con la idea de tendencia, empieza (de a poco) a emerger la noción de límites con las que se trabajará en la segunda unidad.

Una manera de arrancar con el análisis de los datos, dado que, a diferencia del caso anterior, no tiene una función calculable que se ajuste a la perfección, es haciendo gráficos de dispersión de los datos por rubro. Por ejemplo, en el caso del rubro “Equipos de audio, imagen, consolas, TI y telefonía”, el gráfico, realizado con GeoGebra quedaría:

Figura 17:

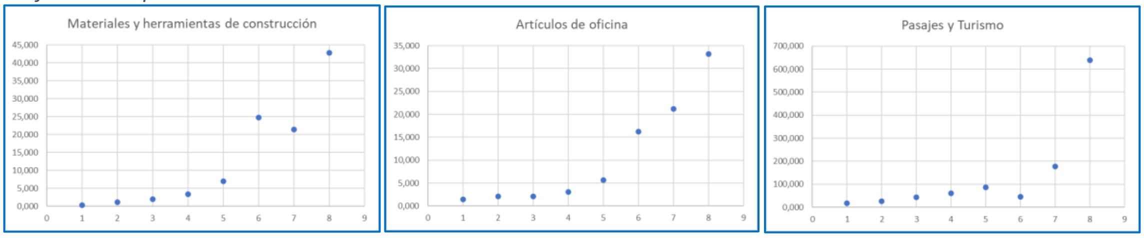
Gráfico de dispersión: Equipos de audio, imagen, consolas, TI y telefonía



En este caso, el gráfico se realizó con GeoGebra, pero se podría haber realizado con Excel (como en la Figura 18) o con las planillas de cálculo de Google o alguna otra opción.

Figura 18

Gráficos de dispersión de los distintos rubros

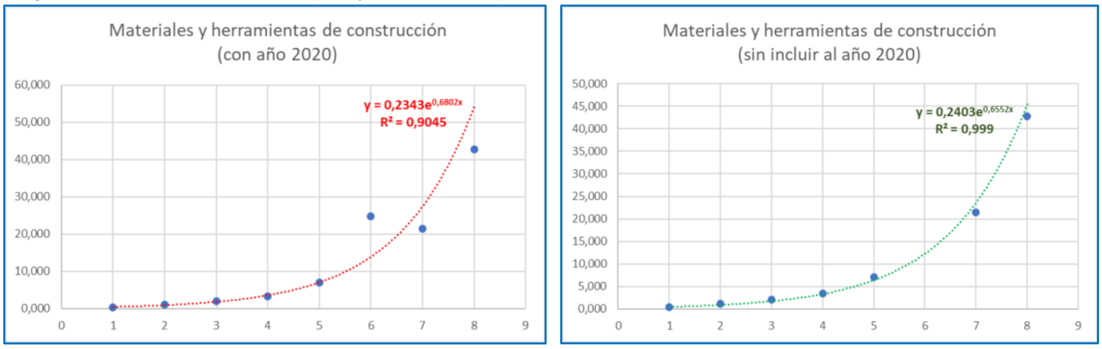


Como se puede observar en los gráficos, en especial en el caso de los rubros "Materiales y herramientas de construcción" y en el de "Pasajes y Turismo" los datos correspondientes a abscisas 6 (y en algunos casos, 7) corresponden a datos atípicos (outlier). En estadística, estos datos causan distorsiones en los resultados de los análisis lo que lleva a que, comúnmente, deban ser excluidos. Suelen ser ocasionados por errores en los procedimientos, por acontecimientos extraordinarios o por otras causas. En el caso de los datos presentados por el problema, estos valores corresponden al año 2020 (abscisa 6) y 2021 (abscisa 7), es decir, los años en los que estaba declarada la pandemia de Covid-19. Si se toma el caso, por ejemplo, de Materiales y Herramientas de Construcción se puede observar que, al elaborar la línea de tendencia (exponencial) para los datos, el ajuste varía si se considera o no el año 2020. Esto es verificable con el coeficiente R-cuadrado, también conocido como coeficiente de determinación, y que representa la proporción o porcentaje (en general, es un valor entre 0 y 1) entre de variación de la variable dependiente que puede explicarse por la variación de la variable independiente utilizando una línea de regresión. Por tal motivo, un coeficiente R-cuadrado cercano a 1, indica que el modelo utilizado explica muy bien el comportamiento de las variables. En el caso del rubro: Materiales y Herramientas de Construcción, descartar el dato correspondiente al año 2020 conlleva a un incremento considerable en el valor de R-cuadrado, que se acerca al ideal de 1, como puede verse en la Figura 19.

Las herramientas tecnológicas utilizadas (Excel, GeoGebra, Planillas de Cálculo de Google) permiten, no solo graficar las líneas de tendencia, sino también muestran las ecuaciones y los coeficientes R-cuadrado. Por lo que, al analizar la situación que se les presente, se puede llegar a la conclusión de la necesidad de eliminar los datos atípicos y el cambio que esto produce en el ajuste de la curva, independientemente del software que se utilice.

Figura 19

Gráficos con línea de tendencia (con y sin año 2020)



En el caso de hacer los gráficos de dispersión con Excel (o alguna otra planilla de cálculo), la línea de tendencia se consigue seleccionando los datos y, haciendo click con el botón derecho del mouse (o seleccionando del menú *Diseño de Gráfico*, la opción *Agregar elemento de gráfico*), seleccionar *Agregar línea de tendencia*. Tras realizar esto, se puede elegir entre distintas alternativas (en estos casos: ajuste exponencial) y se puede elegir que muestre la ecuación y el valor de R-cuadrado, entre otras opciones. En el caso de utilizar GeoGebra, tras cargar los puntos, se los debe agregar a una lista y, utilizar los comandos AjusteExp(lista) y Rcuadrado (Lista, Función) para determinar los mismos elementos.

Una vez que se dispone de una curva de ajuste, se puede hacer un análisis análogo al realizado en la actividad 1, ya que, en este punto, se cuenta con todos los elementos: función, gráfico y tabla de datos. Con todo esto, se puede determinar, el tiempo que le llevará a cada rubro, alcanzar una facturación de mil millones de pesos. Por ejemplo, en el caso del rubro Materiales y herramientas de Construcción (sin considerar el año 2020), como los datos ya representan millones de pesos:

$$1000 = 0{,}24 \cdot e^{0{,}655t}$$

$$\frac{1000}{0{,}24} = e^{0{,}655t}$$

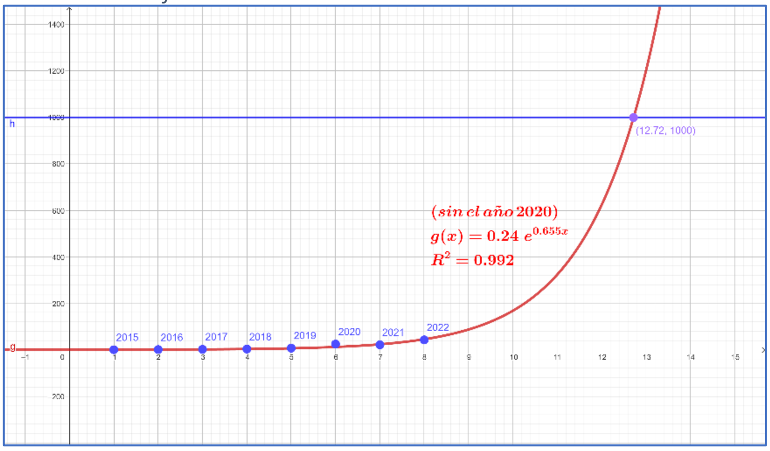
$$\ln\left(\frac{1000}{0{,}24}\right) = 0{,}655t$$

$$\frac{\ln\left(\frac{1000}{0{,}24}\right)}{0{,}655} = t \approx 12{,}725$$

Lo que corresponde a casi 13 años (desde el 2014), es decir en el 2027. Este resultado es coherente con el que se obtendría desde la resolución gráfica (que puede verse en la Figura 20) que se puede hacer tras un ajuste en la escala o, haciendo el gráfico de la línea de tendencia de manera independiente.

Figura 20

Resolución Gráfica



A.2 - Análisis didáctico de las actividades desde el EOS

Las actividades se centran en la enseñanza de funciones exponenciales, aunque, mejorando las prácticas que se venían dando con anterioridad (desde los criterios del EOS). Para esto se ha optado por trabajar con objetos primarios que presenten conceptos y propiedades matemáticos y extra-matemáticas, en este caso, desde la economía.

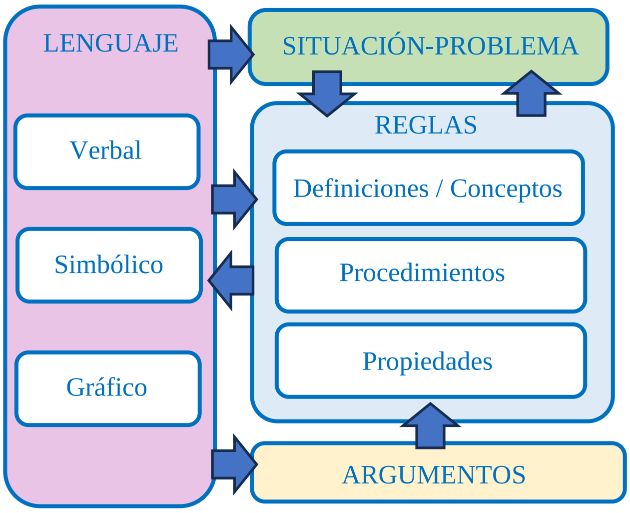
Además, al trabajar con las funciones exponenciales desde el contexto económico, debido a las tasas de crecimiento (no lineales), llega un punto en el que las herramientas exclusivamente matemáticas podrían no alcanzar, dadas las magnitudes que se obtienen, para manejar una situación de crecimiento exponencial, por lo que aparece una necesidad de un trabajo con, por ejemplo, GeoGebra o planillas de cálculo que permitan ese manejo. De esta forma, esta actividad presenta procedimientos que son tanto matemáticos como tecnológicos.

Como las actividades están centradas en la fundamentación y en la elaboración de una propuesta para analizar la actualización de tarifas, en el primer caso, y los crecimientos del comercio electrónico, en el segundo; los argumentos matemáticos y económicos se integran entre sí con los mismos procedimientos tecnológicos que soporten parte del análisis. Para poder hacer los informes finales que se solicitan en los enunciados, se necesita que estos argumentos, análisis y conclusiones a las que hayan llegado, se vuelquen en un lenguaje claro y preciso que, articula lenguaje coloquial, matemático, simbólico, económico y tecnológico. Todo esto lleva a que el trabajo de los y las estudiantes esté centrado más en procesos de comunicación que en la resolución mecánica.

Todos estos objetos (conceptos, propiedades, procedimientos, lenguaje y argumentos) constituyen una red que los vincula, en la que algunos de estos objetos emergen de otros. Tomando, la representación visual que elaboran Pochulu y Font (2011, p. 371) y, adaptándola a esta situación, se elaboró el siguiente esquema general (Figura 21) en el que se pueden ver cómo los objetos primarios se relacionan entre sí.

Figura 21

Configuración epistémica general



En el caso de las actividades aquí analizadas, como corresponden a situaciones extra matemáticas, las reglas (Definiciones, procedimientos y propiedades) y el lenguaje, serán analizados desde la matemática y desde las otras áreas (Económica y tecnológica). Para poder, entonces, identificar los objetos involucrados, hay que arrancar con la resolución de las actividades que se ha realizado en los apartados Actividad de la primera semana y A.1.2 -

A.2.1 - Actividad de la primera semana.

Como se ha establecido antes, los objetos primarios (conceptos, propiedades, procedimientos, lenguaje y argumentos) constituyen una red que los vincula, en la que algunos de estos objetos emergen de otros.

Tras haber realizado la resolución experta de la actividad se pueden identificar estos objetos. En el caso de esta actividad la situación corresponde a un problema extra matemático, desde la economía, la actualización de las tarifas de energía eléctrica. Esta situación se resuelve apelando a ciertas reglas formadas por definiciones, procedimientos y propiedades, sin embargo, también emerge de la misma situación-problema una nueva serie de definiciones, procedimientos y propiedades. Además, todos estos objetos, corresponden tanto a la matemática como a otras áreas (economía / tecnología). En el caso de esta actividad tenemos:

- Definiciones/Conceptos:
    - Matemáticos:
        - Previos: Cálculo de porcentajes e incrementos, concepto de función (terna: Dominio-Codominio-Regla de asignación), gráficos, función inversa. Incrementos
        - Emergentes: Función Exponencial – Función Logarítmica – Razón de crecimiento.

- Económicos:
    - Previos: Funcionamiento del Mercosur – Tarifas – Facturación de Energía Eléctrica.
    - Emergente: Políticas de actualización de precios. Tasas de incremento – TNA – Aumentos Acumulativos.

- Procedimientos
  - Matemáticos:
    - Previos: Repetir una misma operación. Resolución de ecuaciones lineales analítica y gráficamente.
    - Emergentes: Determinar el término general de una sucesión – Resolución de ecuaciones exponenciales.
  - Tecnológicos:
    - Previos: Gráficos y operatoria con GeoGebra. Cálculo de incrementos con TIC.
    - Emergente: Cálculo de logaritmos con GeoGebra o con alguna otra herramienta digital.

- Propiedades
  - Matemáticas:
    - Previos: Intersección de funciones como solución de una ecuación. Propiedades de la potencia.
    - Emergentes: Crecimiento de la función exponencial de acuerdo con su base, $\log_a(a^x) = x$. generalización de las propiedades de la potencia a función exponencial
  - Económicas:
    - Previos: Incremento de precios.
    - Emergente: Aumentos Acumulativos

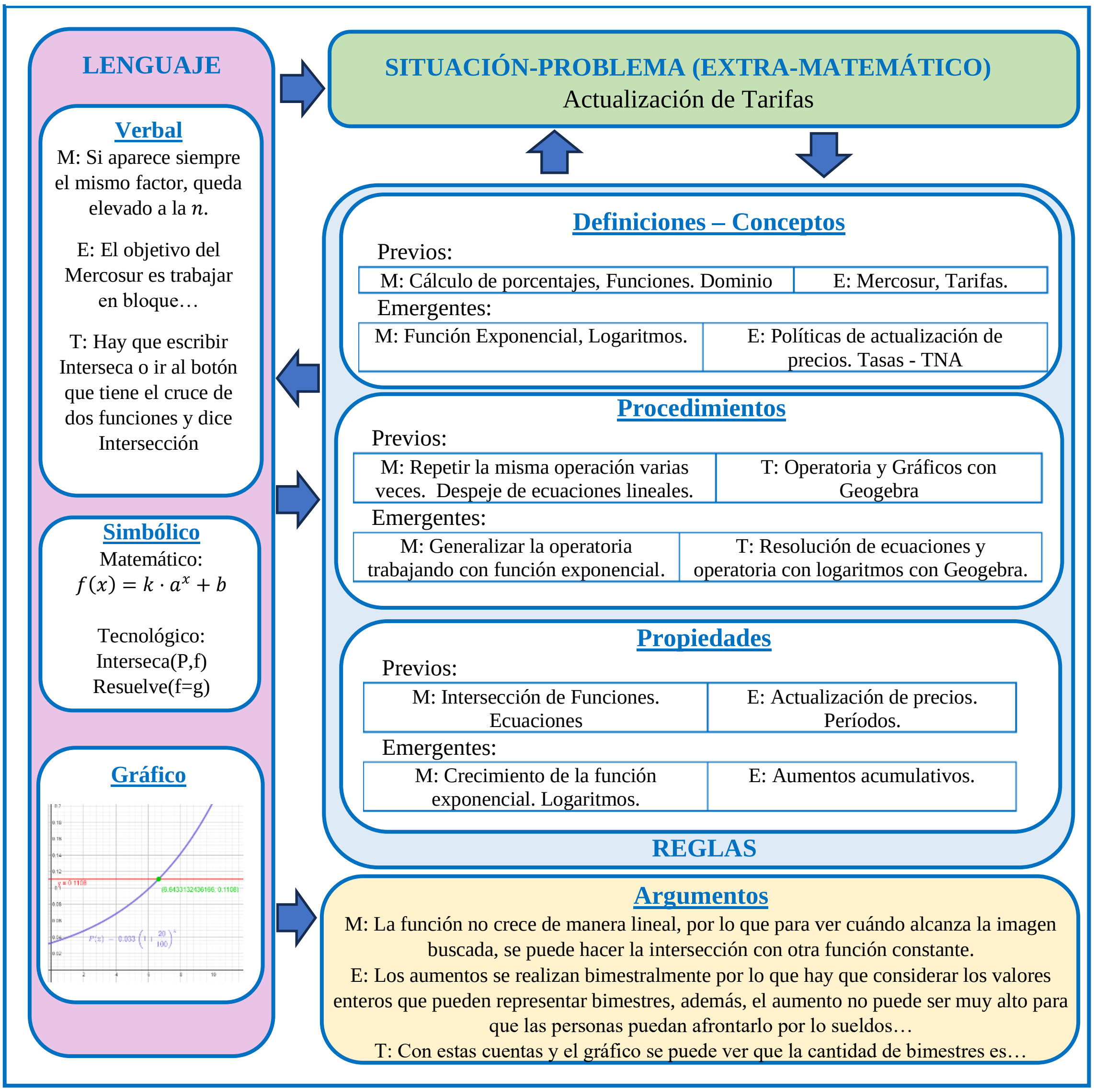
Junto a estas reglas, se encuentran los argumentos que se presentan, que permiten ejemplificarlas. Al igual que los objetos que forman las reglas, estos argumentos también deben ser analizados desde las distintas áreas. Así, un argumento matemático puede referirse a que el incremento pasa de ser constante (en el caso de una modelización lineal) a no serlo (modelo exponencial) o a las mismas propiedades y conceptos matemáticos involucrados, mientras que, un argumento económico puede valerse del contexto socioeconómico y determinar que un aumento alto o en periodos cortos puede ser contraproducente ya que la sociedad podría no tener los medios para hacerle frente. Junto a estos argumentos está, finalmente, el tecnológico que surge de observar los resultados que arroje algún recurso, por ejemplo, se puede apelar a observar la intersección entre ambas funciones y aceptar que el valor que arroja, por ejemplo, GeoGebra es el valor a considerar que resuelve la situación.

Todas estas reglas y argumentos se expresan en distintos lenguajes (Verbales, Simbólicos y Gráficos) que, en algunos casos, también deben ser considerados por separado, para cada área.

Con todo esto se puede, siguiendo el esquema que fue presentado en Figura 21 (página 59), determinar la configuración epistémica de manera gráfica, donde M corresponde a objetos Matemáticos, E corresponde a objetos Económicos y T a los tecnológicos:

Figura 22

Configuración Epistémica



A.2.2 - Actividad de la segunda semana

De manera análoga a la identificación de la configuración epistémica de la Actividad 1, y tras haber finalizado la resolución de la Actividad 2, se pueden identificar los objetos primarios que están presentes en esta Situación-Problema.

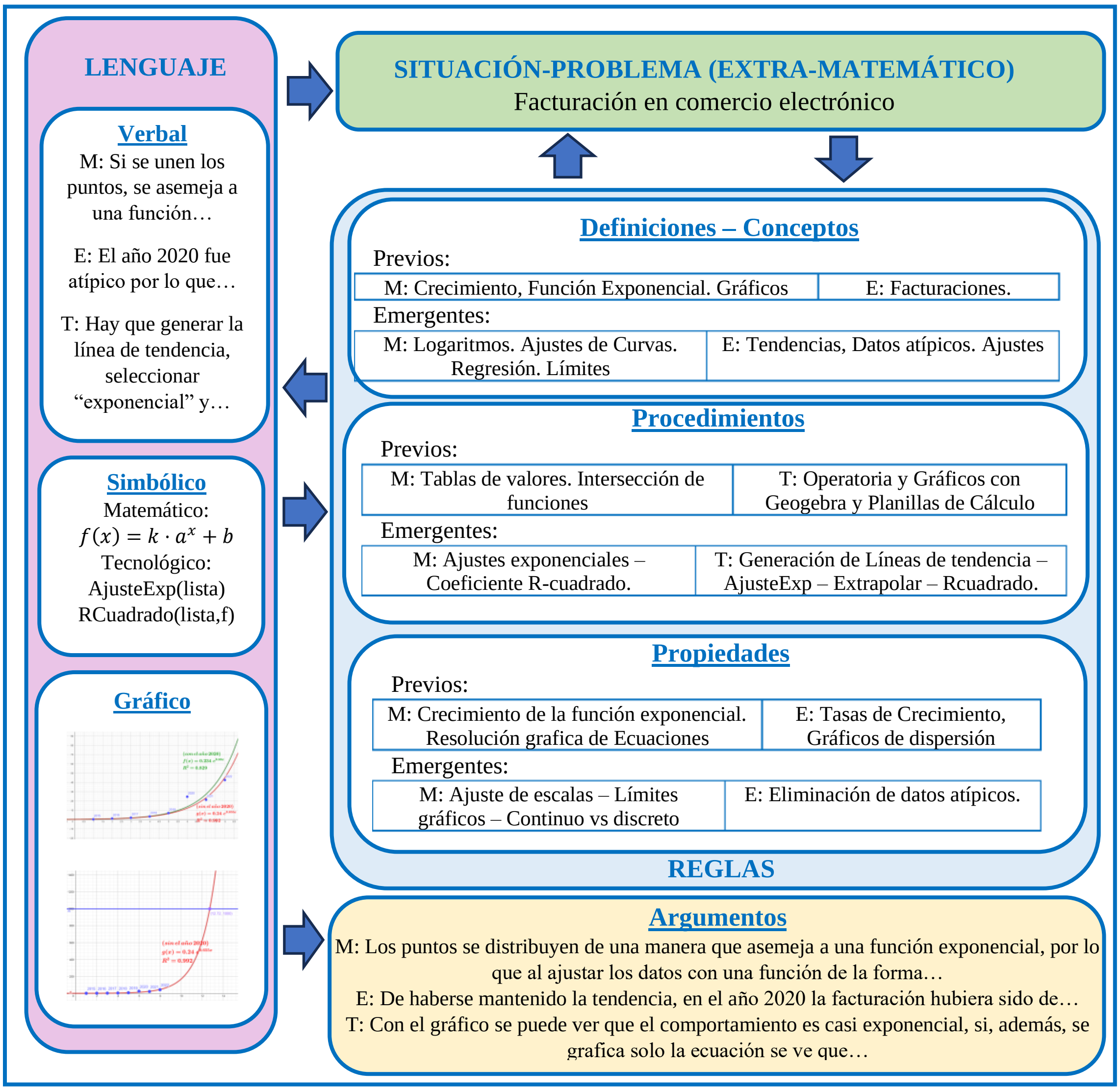
- Definiciones/Conceptos:
    - Matemáticos:
        - Previos: Concepto de función (terna: Dominio-Codominio-Regla de asignación), gráficos, función inversa. Incrementos. Función exponencial.
        - Emergentes: Conjuntos Discretos y Continuos – Función Logarítmica – Razón de crecimiento – Interpolación– Ajuste Exponencial– R-cuadrado – Elemento outlier – Gráficos Estadísticos – Límites
    - Económicos:
        - Previos: Facturación – Comercio Electrónico
        - Emergente: Tendencias – Datos Atípicos – Ajustes .
- Procedimientos
    - Matemáticos:
        - Previos: Graficar desde tabla de valores.
        - Emergentes: Determinar los parámetros de funciones de ajuste exponencial – Regresión – Identificar elementos atípicos – Identificación del coeficiente R-cuadrado.
    - Tecnológicos:
        - Previos: Gráficos y operatoria con GeoGebra y con Planillas de Cálculo. Gráficos de Dispersión.
        - Emergente: Obtención de líneas de tendencia y funciones de ajuste exponencial con GeoGebra o Planilla de Cálculo. Obtención del coeficiente de ajuste con GeoGebra o Planilla de Cálculo.
- Propiedades
    - Matemáticas:
        - Previos: Intersección de funciones como solución de una ecuación.
        - Emergentes: Si el R-cuadrado es cercano a 1, la función ajusta bien los datos. Los datos outliers se pueden eliminar (entre otras opciones) de la muestra.
    - Económicas:
        - Previos: Consecuencias económicas de la pandemia.
        - Emergente: Identificación de elementos atípicos – Observación de tendencias.

Al igual que en el caso de la actividad anterior, estas reglas se vinculan y son ejemplificadas por los argumentos matemáticos, económicos y tecnológicos. Por ejemplo, argumentar que se puede eliminar el dato atípico porque así, la función que ajuste tiene un coeficiente R-cuadrado más cercano a 1, corresponde a un argumento matemático que apela a una propiedad matemática, sin embargo, argumentarlo desde el contexto de pandemia, diciendo que la que la sociedad pasó por un acontecimiento extraordinario y no corresponde al comportamiento habitual de los mercados, corresponde a un argumento económico. También se podría apelar a un argumento tecnológico observando cómo se modifica el gráfico al mantener o no el dato correspondiente al año 2020. Todo esto, nuevamente, se expresa tanto en lenguaje verbal, como simbólico y tecnológico.

Finalmente, siguiendo el esquema que fue presentado en Figura 21 (página 59), y de manera similar a lo realizado con la actividad 1, se puede determinar la configuración epistémica de manera gráfica, en la Figura 23 donde *M* corresponde a objetos Matemáticos, *E* corresponde a objetos Económicos y *T* a los tecnológicos

Figura 23

Configuración Epistémica Actividad 2



A.3 - Análisis didáctico de las actividades desde la TSD

Para realizar el análisis de las actividades planteadas desde la TSD, es necesario poder identificar las características que fueron descriptas previamente en el marco teórico, principalmente el concepto eje de esta teoría: las situaciones didácticas. Que son situaciones que se diseñan, en cierta medida, para que los y las estudiantes se acerquen al quehacer científico-matemático, interactuando entre distintos actores, permitiendo construir el conocimiento replicando, en tanto sea posible, la actividad científica.

Teniendo en cuenta las resoluciones de las actividades desarrolladas al principio de este anexo, el desarrollo de la dinámica que se explicitó en el apartado 5.2.1 - y las características expuestas en el marco teórico, para el análisis de las actividades desde la TSD, se tendrán en cuenta los distintos tipos de situaciones descriptas por Godino (2003), es decir, que se van a identificar las situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización. Finalmente, se identifican los principales problemas que, al momento de las implementaciones puedan aparecer, para poder, así atender a las intervenciones docentes.

A.3.1 - Actividad de la primera semana.

En la actividad 1, se les plantea a los y las estudiantes un problema que, en primera instancia, parecería llevarlos a pensar que podría resolverse con un modelo lineal. Éste es un supuesto que, se espera, lleve al estudiantado a tratar de aplicarlo sin considerar el total sobre el que se calcula el porcentaje. Cuando, entre las preguntas guías, aparece la pregunta que refiere al total, se busca que esto lleve a introducir el tema de aumentos acumulativos, con lo que será evidente que, la aplicación de un modelo lineal no alcanza para cubrir los requisitos. De esta forma, esta actividad permite generar una situación didáctica que habilita una situación a-didáctica a través de la interacción de los y las estudiantes con el medio que les permita resolver el problema. Entre las opciones que le permitan comprender el problema y acercarlo a una resolución (que, consiste en dar una propuesta de acción desde su lugar de asesores), se espera que prueben con cálculos de porcentajes (con regla de tres o con proporcionalidad), que busquen adaptarlo a un modelo lineal y, entre otras cosas, que repitan las operaciones de cálculos de aumentos varias veces hasta llegar al monto (o porcentaje) deseado. En esta etapa, es posible que no haya mucha reflexión sobre los procedimientos utilizados, sino que se trata de un proceso de exploración del problema y organización de los conceptos y datos involucrados. Todo esto corresponde a las *situaciones de acción.*

Tal como fue expresado en el apartado 5.2.1, la actividad de presentar el informe y la presentación de sugerencias se hará en la siguiente clase presencial, durante el trabajo previo, se espera que los y las estudiantes puedan empezar a elaborar (en forma verbal en clase o escrita a través de los foros) conjeturas sobre el comportamiento exponencial pudiendo comunicárselas a sus compañeros y compañeras de grupo, primero, para luego compartirlas con el resto del curso. Así, ante las preguntas de "¿Cuánto tiempo se tardará para llegar al valor promedio de …? Se espera que la búsqueda por exploración repitiendo un procedimiento muchas veces, lleve a formular conjeturas y atajos que permitan que emerja el concepto de función exponencial. Este tipo de trabajo responde a *las situaciones de formulación*.

A continuación, y en la siguiente clase presencial, cada grupo comunicará sus resultados en forma escrita (con el informe) y en forma verbal (a sus pares) dando las razones que justifican la propuesta que, en su carácter de asesores, presenten. Como plantean Barreiro y Casetta (2012), "dichas razones deberán ser explicitadas y sometidas a la valoración de la clase, podrán ser reformuladas o modificadas con el aporte del resto de los grupos, dando lugar a la *situación de validación*" (p. 31).

En todas estas etapas, este análisis previo plantea, como posibles problemas para intervención docente, problemas en los cálculos de los porcentajes de atraso, (por ejemplo, calculando erróneamente el porcentaje que el valor actual del Kwh en Argentina representa del promedio de los Estados Parte), el problema de no buscar generalizar el cálculo y aceptar que se trate de cuentas repetidas (aunque sean muchas) y problemas de carácter algebraico al momento de resolver ecuaciones. Estos no son, bajo ningún concepto, los únicos posibles inconvenientes que requieran intervención docente, pero sí los más probables. Ante estas situaciones se invitará a los y las estudiantes a reflexionar sobre los errores, por ejemplo, haciendo operaciones inversas que dejen a la luz el error y permitan que puedan repensar la situación. Por ejemplo, ante el cálculo de un porcentaje erróneo, una intervención podría ser: *"Entonces, si el aplicamos el XX por ciento de aumento al precio actual, ¿debería darnos el de los Estados Parte?"*[7].

Así, al finalizar esta situación a-didáctica, comienza la puesta en común de lo trabajado. Cabe recordar que, cada grupo trabaja con una situación diferente, aunque análoga. En cada caso, se encara un problema que se resuelve con función exponencial, por lo que, al hacer la puesta en común entre los grupos, cuando cuenten los resultados y las conjeturas, junto con sus propuestas como asesores, se buscará identificar las características propias de este tipo de función. Así, el rol docente es explicitar (desde lo presentado por cada grupo) las relaciones entre las variables de las situaciones a-didácticas y el concepto matemático de función exponencial. Este es el proceso de institucionalización que consolida los conocimientos adquiridos a lo largo de la actividad.

Así, se extraerán las características comunes a los modelos exponenciales y se podrán formalizar algunos conceptos institucionalizándolos. En este caso, se determinará (ya fuera de contexto) la expresión general de las funciones exponenciales:

$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \,/\, f(x) = a^x$$

Dadas las distintas situaciones que cada grupo deba resolver, se pueden ir identificando distintas características de estas funciones. Así como el caso de la actualización de tarifas aporta funciones exponenciales de base mayor a 1, otras situaciones (como pago de deudas o actualización de tarifas de algún país con tarifa mayor al promedio) dan funciones exponenciales de bases menores a 1, por lo que, desde el registro que hayan utilizado los grupos (algebraico, gráfico, coloquial) se establecerá la propiedad del crecimiento en función de la base de la exponencial atendiendo a que la razón de crecimiento (a diferencia de las funciones lineales) no es constante. Cabe aclarar que, como se establece en Barreiro y Casetta (2012):

> Es importante atender a que si las producciones de los alumnos no habilitan a establecer un concepto del cuerpo de saberes matemáticos no podrá incluirse en la institucionalización, aceptando que la producción deja un saber en vías de construcción para el alumno (p. 24).

Por lo que, la etapa de institucionalización se llevará a cabo en forma conjunta con los y las estudiantes, centrándose en recuperar lo trabajado por cada grupo. No se realizará como exposición docente.

[7] La intervención exacta dependerá de lo que expliquen los y las estudiantes sobre su razonamiento, interviniendo directamente desde su propia lógica y devolviéndoles la responsabilidad de la resolución.

A.3.2 - Actividad de la segunda semana.

En la actividad 2, se les plantea a los y las estudiantes una situación por medio de datos en una tabla sobre la facturación (en millones de pesos) del comercio electrónico y, sobre estos, realizar un análisis de las características más importantes o notorias del problema. En este caso, se busca que los y las estudiantes esperen que los datos correspondan *exactamente* a una expresión de alguna función conocida, probablemente la función exponencial vista la semana anterior. Si bien es cierto que los datos pueden ser modelizados con una función exponencial, lo que no resulta correcto es que correspondan exactamente a esa función. De esta forma, al igual que la actividad anterior, ésta permite generar una situación didáctica que habilita una situación a-didáctica a través de la interacción de los y las estudiantes con el medio que les permita resolver el problema.

Se espera que una primera aproximación por parte del estudiantado, correspondiente a la *situación de acción*, sea la de realizar un gráfico de los puntos, observando un comportamiento similar al del modelo exponencial. Así, explorará el problema, analizando los puntos, proponiendo funciones exponenciales que puedan pasar por los datos, buscando regularidades y características conocidas que permitan extrapolar conjeturas.

A continuación, en una etapa correspondiente a una *situación de formulación*, se espera que vean que el año 2020 genera un comportamiento anómalo. Acá, el problema (con asistencia de las intervenciones docente) los invita a reflexionar sobre las razones de este comportamiento y las acciones que se pueden llevar a cabo, analizando las líneas de tendencia (que arroje, por ejemplo, algún software) y observen cómo la eliminación (o no) de este dato afecta la función que aproxima los otros puntos. Se busca que puedan explicar, en forma verbal o escrita, las razones o conjeturas que puedan aparecer, comunicándoselas entre pares.

Esto continua, al igual que en el caso de la actividad anterior, con la *situación de validación*, en la clase siguiente, en la que presenten sus resultados y argumentaciones al resto del curso, para ser valoradas y, probablemente, reformuladas o modificadas.

En todas estas etapas, se pueden identificar, como posibles problemas para intervención docente, problemas en cuanto a la relación de si es o no correcto graficar una función continua si los datos son discretos, problemas sobre el uso del software al momento de realizar los ajustes con líneas de tendencia (de acuerdo con el software usado) y sobre la posibilidad de descartar (o no) algún dato. Ante estas situaciones se invitará a los y las estudiantes a reflexionar sobre los errores que hubiera, o sobre los razonamientos que hayan hecho. En el caso de los problemas de uso de software, se les podrá recordar algunos comandos o se les presentará la manera de recuperarlos, por ejemplo, invitándolos a ver las opciones que se presentan al acceder a algunos menús o en las ayudas. En caso de que estén utilizando algún recurso digital que no sea conocido por el docente, este se podrá en rol de co-aprendiz, haciendo preguntas sobre la herramienta que pueda (idealmente) resolver algún planteo.

En la *situación de institucionalización*, recuperando lo trabajado por los grupos, se establecerá la idea del análisis de regresión. Aunque se institucionalizará la definición este concepto, cabe aclarar que no corresponde a un tema específico de la materia, sino de una materia posterior (Estadística), sin embargo, como el trabajo realizado se basa en el análisis de datos estadísticos y de una posible curva que los ajuste, es necesario darle un marco a este concepto. Por este motivo, se planteará una definición de *Análisis de regresión* que, si bien es cercana a la aceptada por la comunidad científica, no refiere a conceptos propios de la estadística (como el concepto de Esperanza), sino que tiene un enfoque más coloquial:

Análisis de Regresión: Herramienta estadística que permite analizar el vínculo (en términos de modelo) que puedan tener dos variables cuantitativas.

Se hará énfasis en que el objetivo de estos análisis es el de hallar una que funcione como un modelo que permita estimar valores futuros de las variables. Junto con esta definición y, nuevamente, sin hacer hincapié en el cálculo específico, sino en su funcionalidad, se presentará el coeficiente R-cuadrado, también conocido como coeficiente de determinación, y que representa la proporción o porcentaje (en general, es un valor entre 0 y 1) entre de variación de la variable dependiente que puede explicarse por la variación de la variable independiente utilizando una línea de regresión.

Junto a estos dos conceptos (Regresión y R-Cuadrado) y, retomando lo trabajado por los grupos al hacer los ajustes, se explicitará que, en la realidad, los datos nunca se ajustan de modo exacto a un modelo ya que, estos representan una simplificación del mundo real, el que incluye más variables de las que se puedan manejar. Por eso aparecen, como en caso del año 2020, datos atípicos (o outlier) que, como fue descripto en la resolución, suelen ser ocasionados por errores en los procedimientos, por acontecimientos extraordinarios o por otras causas. En el caso de los datos presentados por el problema, estos valores corresponden al año 2020 (abscisa 6) y 2021 (abscisa 7), es decir, los años en los que estaba declarada la pandemia de Covid-19. En estadística, estos datos causan distorsiones en los resultados de los análisis lo que lleva a que, comúnmente, deban ser excluidos o analizados de manera especial.

Una vez institucionalizados estos conceptos, que se espera surjan, el resto de esta etapa dependerá exclusivamente del trabajo realizado por los distintos grupos. Sobre los conceptos que vayan apareciendo se llevará a cabo la denominación del conocimiento, descontextualizando los saberes para que estén disponibles en otros contextos.