

**Estudio del flujo de granos vibrados a través de
orificios mediante la adición de partículas
pequeñas en un silo bidimensional**

Montero, Julián

**Tesina presentada para obtener el grado académico de
Licenciado en Física**

Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad Nacional de La Pampa

Santa Rosa (La Pampa)

Argentina

2023

Prólogo

Esta Tesina es presentada como parte de los requisitos para optar al grado Académico de Licenciado en Física de la Universidad Nacional de La Pampa y no ha sido presentada previamente para la obtención de otro título en esta Universidad ni en otra Institución Académica. Se llevó a cabo en el laboratorio del Grupo de Física de Sistemas Granulares dependiente del Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UNLPam, durante el período comprendido entre el 26 de agosto del 2022 y el 28 de Febrero del 2023, bajo la dirección de Luis A. Pugnaroni.

Resumen

Los materiales granulares son todos aquellos compuestos exclusivamente por granos o partículas de tamaño macroscópicos. Los mismos son de gran interés ya que se presentan con mucha frecuencia en la industria, ya sea como materias primas, auxiliares de procesos o productos terminados. Estos materiales son propensos a atascarse dado que cuando deben pasar a través de un orificio existe una probabilidad de que se forme un arco que interrumpa el flujo de dicho material. Ya que los arcos son estructuras estables se requiere de una intervención externa para romperlos. Un método comúnmente empleado es el de aplicar una vibración externa. En este trabajo experimental se propone realizar un estudio del flujo de granos mientras se descargan de un silo bidimensional vibrado, al cual se le adicionan partículas más pequeñas. Las partículas más pequeñas, o adicionales, juegan el rol de “lubricante” para las partículas originales. Este efecto se debe a que los arcos que contienen las partículas adicionales son más inestables. Por lo tanto, se produce una mejora en la ruptura de los arcos. En esta tesis de licenciatura se propuso estudiar qué efecto produce la mezcla de partículas sobre la dinámica del fenómeno de atascamiento. Se ha analizado principalmente la probabilidad de atasco y el flujo de descarga, en un sistema con mezclas de partículas de diferentes tamaños. Se concluye que la adición de partículas más pequeñas dentro del sistema produce un efecto favorable contra los atascamientos, aumentando el caudal efectivo de las partículas originales cuando el tamaño de las partículas que se añaden se elige convenientemente.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Materiales granulares	1
1.2. El fenómeno de atascamiento	2
1.3. Antecedentes	2
2. Método Experimental	13
2.1. Dispositivo experimental	13
2.2. Partículas empleadas	14
2.3. Sistema de control	15
2.4. Protocolo de medición	16
2.5. Adquisición de datos	17
3. Resultados	23
3.1. Mediciones	23
3.2. Mejora en el flujo de descarga	24
3.3. Probabilidad de atasco	25
4. Conclusiones	29
A. Propiedades del PLA	31

Capítulo 1

Introducción

1.1. Materiales granulares

Los materiales granulares se pueden definir como todos aquellos compuestos por muchas partículas sólidas e independientes, cuyo tamaño puede variar entre los $100 \mu\text{m}$ hasta incluso los kilómetros. El término material granular entonces puede abarcar desde rocas o escombros hasta el azúcar o la sal.

Desde la antigüedad la humanidad registra la existencia de los materiales granulares y reconoce en ellos, pese a su naturaleza sencilla en apariencia, un comportamiento que difiere notablemente del resto de los sólidos macroscópicos o de los fluidos. Los mismos no se comportan completamente como un sólido ni tampoco como un líquido, más bien su comportamiento se encuentra en un estado intermedio. Así como los líquidos, éstos son capaces de fluir o tomar la forma de su contenedor, pero a diferencia de éstos, también son capaces de mantener una forma por sí solos, como al formar una pila.

Este extraño comportamiento se debe principalmente a lo compleja de las interacciones que existen entre las partículas que lo componen. Entre éstas se encuentran la fricción, como así también interacciones radiales no conservativas. Debido a estas interacciones su manipulación en la industria termina volviéndose compleja.

Un ejemplo de las dificultades de la manipulación de materiales granulares puede verse cuando se trata que estos materiales fluyan como si de un líquido se tratase. El material granular es capaz de interrumpir el flujo, lo que suele complicar tanto el traslado como la descarga de recipientes empleados para su almacenamiento. Este problema suele presentarse en diversos sectores, como es el caso del sector alimenticio en el almacenaje de granos para el consumo.

1.2. El fenómeno de atascamiento

Dificultades en el almacenamiento de materiales granulares se presentan en diversas situaciones y sistemas, pero los que más atención han recibido, debido a su importancia en la industria, son los silos. Estos presentan un diseño sencillo con un claro objetivo, el almacenamiento de material granular y descarga por gravedad a través de una abertura u orificio. Pero el comportamiento del flujo de material granular a través de orificios es complejo. Cuando un material granular fluye por un orificio, existe la posibilidad de que se forme un arco, en torno al orificio, creando un atasco (ver Fig. 1.1). Esto interrumpe el flujo del material temporalmente o de manera permanente. Los arcos son estructuras estables, debido a la fricción entre partículas, por lo que es necesario una intervención externa para romperlo y de esta manera reanudar el flujo del material.

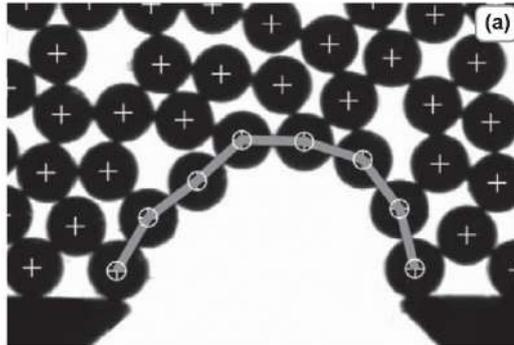


Figura 1.1: Imagen de un arco que obstruye un orificio. Tomado de [1].

1.3. Antecedentes

A lo largo de los años, diversos trabajos se han realizado con el fin de estudiar el flujo de materiales granulares. Uno de los principales resultados encontrados es que el fenómeno denominado atascamiento se presenta en sistemas de naturaleza y escala muy diferentes, como rebaños de ovejas, multitudes de peatones, granos, bacterias, etc [2]. Pero a pesar de todo, el atascamiento presenta algunas propiedades universales [2]. Esto permite que ciertos conocimientos adquiridos sobre el atascamiento de materiales granulares puedan ser extrapolados a otros sistemas.

Diferentes grupos de investigación han realizado, a lo largo de los años, estudios sobre el comportamiento de un material granular mientras fluye por un orificio pequeño en sistemas cuasi bidimensionales (2D) y en sistemas tridimensionales (3D). Investigaciones realizadas por To et al. [3] sobre los sistemas cuasi bidimensionales, se realizaron empleando un silo en 2D relleno con 200 discos de metal de 5 mm de diámetro y 3 mm de espesor. El silo permite

modificar el diámetro del orificio de salida (ver Fig. 1.2). Para cada diámetro de orificio, se realizó un número N_t de descargas de material y se registró el número de veces en las cuales se produjeron atascos, denotado N_a . Esto permitió calcular la probabilidad de que ocurra un atasco como N_a/N_t . De los resultados obtenidos se pudo observar que la probabilidad de que se produzca un atascamiento depende del tamaño relativo de las partículas respecto del tamaño del orificio que atraviesan, esto puede observarse en la Fig. 1.3.

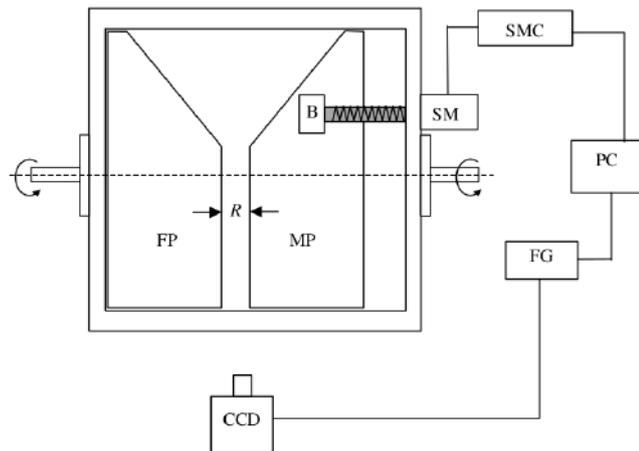


Figura 1.2: Esquema del silo 2D empleado en [3]. Las paredes (FP y MP) forman un ángulo ϕ con la horizontal cuando el sistema se encuentra en vertical. Este ángulo puede modificarse cambiando las paredes. Una pared móvil (MP) se encuentra sujeta a un motor paso a paso (SM) que cambiando el estado (B), permite modificar la salida (R). El motor (SM) es controlado mediante un controlador (SMC) a través de una computadora (PC). El silo es llenado con discos cuyo movimiento es capturado por la cámara (CCD) y enviada a la PC por medio de una capturadora de fotogramas (FG). Tomado de [3].

Otras investigaciones respecto a sistemas bidimensionales (2D) demostraron que el arco que produce el atasco se vuelve más débil a medida que el orificio de descarga es más grande [1]. Los experimentos que se realizaron en esta investigación consistieron en un silo bidimensional con diez mil esferas de metal, el cual al momento de descargarse y efectuarse un atasco, era sometido a una vibración fija de 1 kHz con una amplitud de aceleración incremental a tasa de 0,09 g/s (g es la aceleración de la gravedad). Se registró a qué amplitud un atasco es roto por la vibración para diferentes tamaños de salida del silo. Los resultados obtenidos pueden verse en la Fig. 1.4, en la cual se muestra que la aceleración promedio necesaria para romper el arco cae al aumentar el tamaño de la salida del silo.

En sistemas 3D, Zuriguel et al. [4] realizaron un estudio sobre el efecto de la relación entre el tamaño de los granos y del orificio, así como también se analizó si propiedades como densidad o elasticidad del material granular afectan el atascamiento. El dispositivo empleado para esto fue un silo cilíndrico, con un orificio de salida circular. El dispositivo constaba con

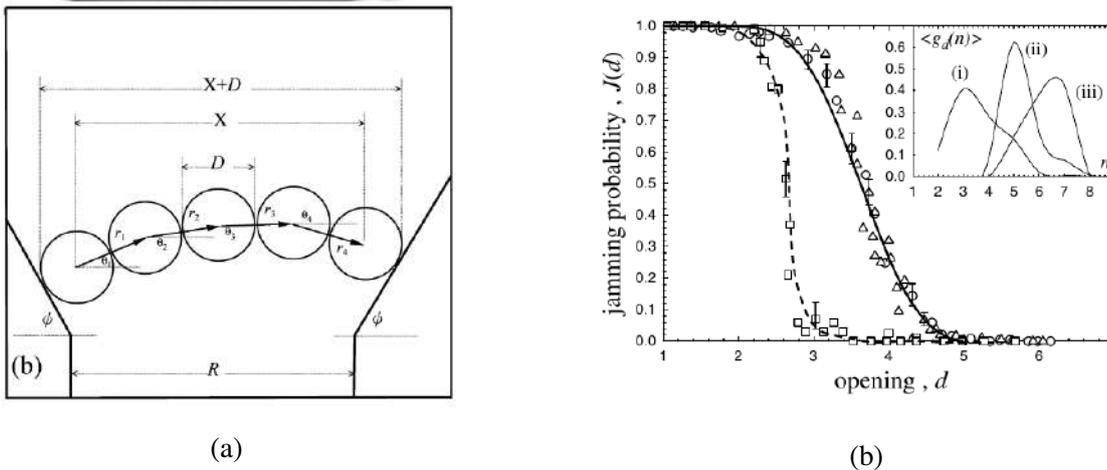


Figura 1.3: (a) Esquema de arco en 2D que forma un atasco. (b) Probabilidad de atasco en función del tamaño relativo de las partículas respecto al orificio de salida y a diferentes ángulos ϕ de la tolva del silo. Recuadro: Muestra la estadística $\langle g_d(n) \rangle$ del número de discos en el arco, promediado para los rangos (i) $d < 3,3$, (ii) $3,3 < d < 4,3$, y (iii) $d > 4,3$, respectivamente. Figuras tomadas de [3].

un sistema que permitía, una vez atascado el silo, inyectar aire a presión sobre la salida de tal manera de romper el arco y reanudar la descarga. Para cada descarga se usó una balanza para registrar la cantidad de material que salió del silo (ver Fig. 1.5a). Se pudo observar la existencia de un radio crítico (R_c), es decir, una relación entre el tamaño de los granos y del orificio por encima del cual no se producen atascos. Esto se muestra en la Fig. 1.5b, donde se puede apreciar una divergencia en el tamaño medio de avalancha. Una avalancha se define como el número de granos que se descargan entre dos atascamientos sucesivos. Por otro lado, en la Fig. 1.6 se observa que el tamaño medio de avalancha en función del tamaño relativo R en escala semilogarítmica no presenta cambios al modificar el material del que están hechos los granos (aproximadamente esféricos), pero sí presenta diferencias cuando se utilizan diferentes formas no esféricas.

Existen debates recientes donde diversos autores afirman que en 3D no hay un radio crítico bien definido [5, 6]. Mientras otros establecieron que en sistemas cuasi bidimensionales no existe este radio crítico [7, 8].

Investigaciones en paralelo se encargaron de analizar el comportamiento de sistemas tanto 2D como 3D con atascamientos frente a vibraciones, como fuente de perturbación externa. En [9], se empleó un silo cilíndrico, cuyo orificio de salida podía ser modificado. El silo fue sometido a una vibración continua, en dirección vertical, a una frecuencia de 110 Hz y una aceleración adimensional efectiva $\Gamma = a_{eff}/g = 0,22$ (ver Fig. 1.7). Se efectuaron mediciones con el silo sometido a vibración así como sin vibración y diferentes tamaños relativos del orificio de salida. En el caso del silo sometido a vibración, una vez que el mismo se atasca,

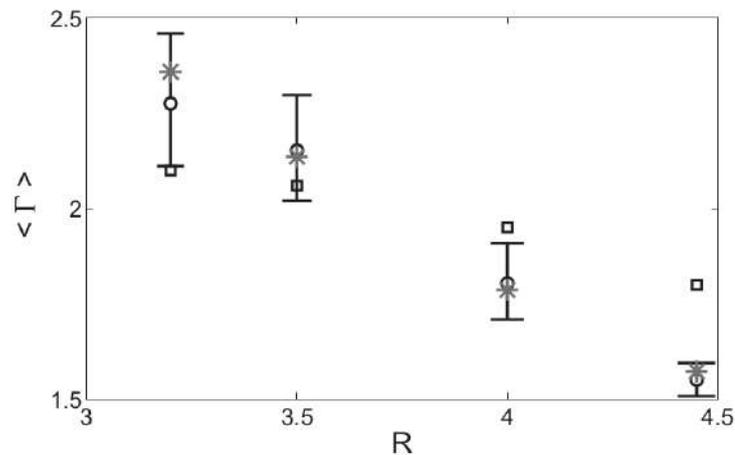


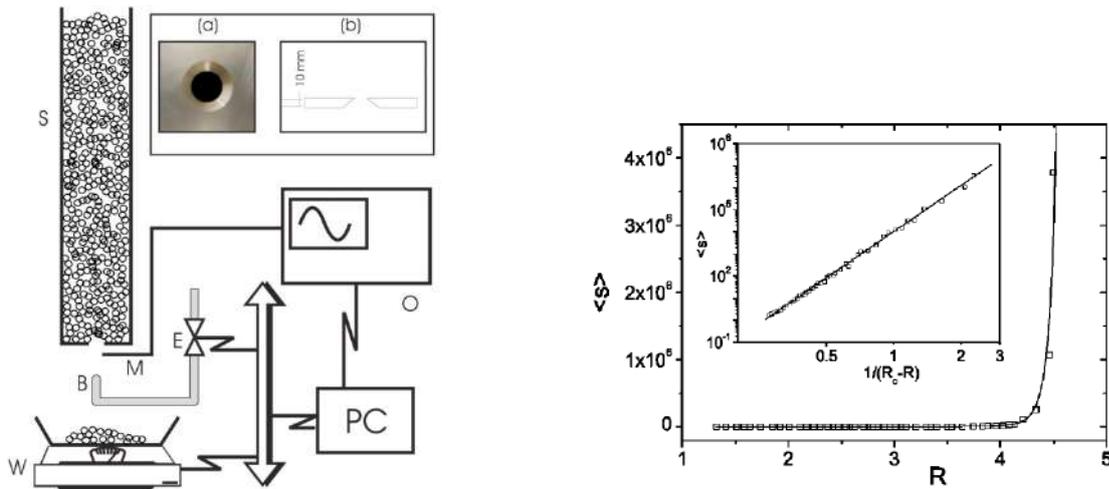
Figura 1.4: Resultados experimentales de la amplitud de aceleración (Γ = aceleración/ g) promedio necesaria para romper el arco usando una vibración de 1 kHz, en función del tamaño del orificio de salida. Tomado de [1].

se pudo observar que existe una probabilidad de que el atascamiento se rompa y se reanude el flujo de descarga. Se pudo concluir que:

- Es igualmente probable que se produzca un atascamiento en un silo sometido a vibración que en uno no vibrado.
- La vibración sólo induce una probabilidad de que se produzca un desatasco luego de que se haya formado un arco.

El factor principal que determina la resistencia del arco es el ángulo máximo formado por cualquier partícula que forma el arco y sus dos vecinas: a mayor ángulo más débil resulta el arco (ver Fig. 1.8a) [10]. Esto pudo observarse experimentalmente sobre un sistema 2D con el cual se estudió la ruptura de atascos mediante la aplicación de una vibración con amplitud a tasa creciente. El dispositivo experimental empleado puede observarse en la Fig. 1.8a, el cual permitió observar el arco momentos antes de su ruptura. Por medio de un análisis de imagen se registro el máximo ángulo formado entre las partículas que conformaban el arco. Los resultados obtenidos se muestran condensados en la Fig. 1.8b, donde se puede apreciar que a mayor ángulo entre las partículas del arco menor es la amplitud de vibración necesaria para romper el mismo.

Con un dispositivo experimental similar al de la Fig. 1.8a, se demostró que aplicar una vibración a diferentes tasas de cambio para la amplitud no produce ningún cambio en la aceleración necesaria para romper el arco [11]. Esto puede apreciarse en la Fig. 1.9. Este mismo grupo de investigación probó que si el silo se encuentra inclinado un cierto ángulo respecto a la vertical, y vibrado a amplitud y frecuencia constante, la duración de los atascamientos se



(a) Dispositivo experimental empleado en [4]. S, Silo; W, Balanza electrónica; B, Compresor; E, Electroválvula; M, Micrófono; O, Osciloscopio; PC, Computadora. Recuadro: (a) Fotografía del orificio de salida. (b) Sección lateral del orificio de salida. Tomado de [4].

(b) Tamaño medio de avalancha en función del tamaño relativo ($R = D/d$) del orificio de salida respecto al tamaño de las partículas (d). Recuadro: Tamaño medio de avalancha en función de $1/(R_c - R)$. Tomado de [4].

Figura 1.5

ve modificada. A mayor ángulo los atascamientos tienen una duración menor [2]. Para esto se empleó un silo cuasi 2D capaz de modificar su ángulo de inclinación. El sistema empleado, así como los resultados obtenidos, se muestran en la Fig. 1.10. Los resultados se muestran condensados empleando una distribución de probabilidad complementaria (CDF) de la duración de los atascamientos. Esta función, también llamada función de supervivencia, se define como la probabilidad de que un arco sobreviva más allá de un cierto tiempo τ . La CDF de los atascamientos suele presentar una cola larga con decaimiento de ley de potencia. En escala logarítmica una menor pendiente (en valor absoluto) indica una mayor prevalencia de atascos de larga duración.

Se han desarrollado investigaciones interesantes, donde se han encontrado fenómenos curiosos. Como en el trabajo de Nicolas et al. [12], donde se estudiaron estrategias para mejorar la evacuación de peatones, introduciendo partículas “adversas” al contacto. Esto resulta contra intuitivo en la medida en que implica agregar más agentes que necesitan escapar para completar la evacuación del sistema original. Se encontró un efecto positivo de la reducción de atascos de larga duración (provocados por el encuentro de agentes competitivos) la cual prevalece sobre el efecto negativo debido al aumento del tamaño de la multitud. Trabajos recientes, empleando simulaciones 2D con el método de elementos discretos (DEM) en las cuales se incluyó vibraciones sobre el sistema, analizaron el efecto de utilizar mezclas de partículas de diferentes tamaños. Se encontró que cuando granos más pequeños a los

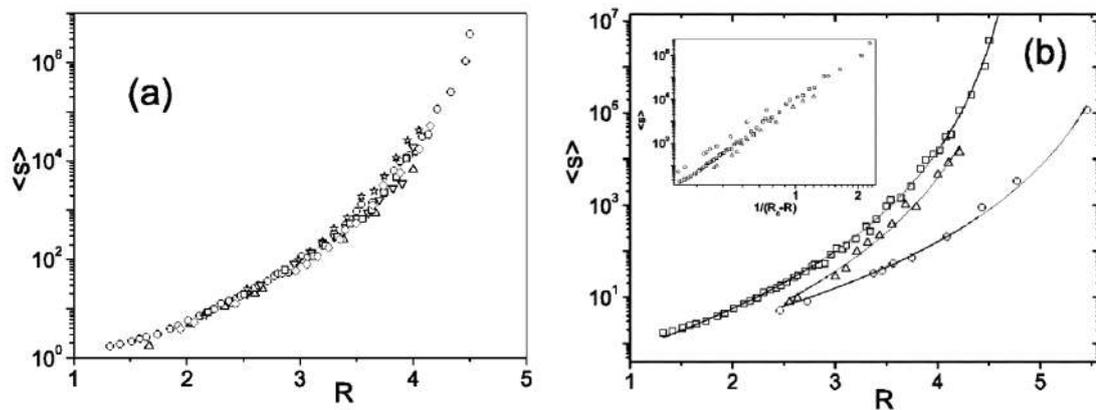


Figura 1.6: (a) Tamaño medio de avalancha en función del tamaño relativo R del orificio, para diferentes materiales: Delrin (\triangle), vidrio (\circ), plomo (\star), acero (∇). (b) Tamaño medio de avalancha en función del tamaño relativo R el orificio para diferentes formas de grano: esferas (\square), arroz (\circ), pasta (\triangle). Tomado de [4].

originales son añadidos al sistema, el flujo neto de las partículas originales se incrementa significativamente (ver Fig. 1.11). Así mismo, se realizó una comparación de las funciones de supervivencia del sistema original en relación con el sistema mezcla (partículas originales más partículas pequeñas adicionales), ver Fig. 1.12. Se observó que el sistema mezcla tiene menor probabilidad de presentar atascos de larga duración, el sistema se atasca menos. La conclusión a la que se llegó fue que las partículas más pequeñas, o adicionales, juegan el rol de “lubricante” para las partículas originales. Este efecto se debe a que los arcos que contienen las partículas pequeñas añadidas son más inestables, dado que el ángulo de contacto entre vecinos es mayor al que existiría si todas las partículas fueran del mismo tamaño (ver Fig. 1.13). Además, encontraron un radio óptimo para las partículas añadidas donde el efecto era máximo [13].

En investigaciones más actuales se han realizado estudios sobre el cambio en la probabilidad de atascos (sin emplear vibraciones) cuando se utilizan mezclas de partículas con distinta rigidez [14]. Se encontró que una mezcla de partículas suaves y duras, podría llegar a reducir la probabilidad de atascamientos de las partículas duras. Con medios similares, se ha estudiado también el efecto de mezclas de partículas con diferentes coeficientes de fricción, con bajo coeficiente de fricción para las partículas suaves y alto coeficiente para partículas duras [15]. Por otro lado, en [16], se analizó el efecto de agregar repulsión magnética, a un sistema con mezcla de partículas. Mediante simulaciones de un silo bidimensional vibrado, se observó que la repulsión magnética tiene un efecto de segundo orden en comparación con el tamaño de las partículas añadidas. Cuando se aplica repulsión magnética en las partículas añadidas, su efecto “lubricante” es menor. Sólo para un rango acotado de tamaños se pudo observar una mejora en el flujo de descarga.

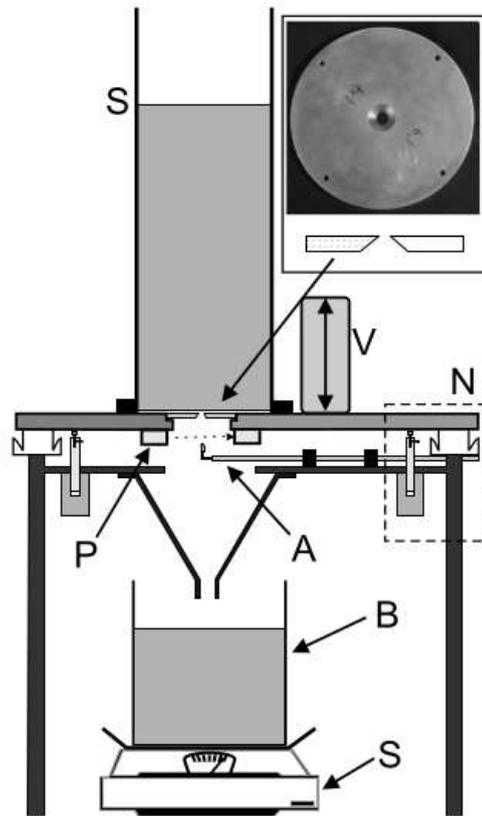


Figura 1.7: Dispositivo experimental usado en [9] para estudiar el atascamiento en un sistema vibrado. S, Silo; V, Vibrador neumático; N, Sistema de amortiguación y aislamiento; P, Foto sensores; A, Conducto de aire comprimido; B, Caja; S, Balanza. Tomado de [9].

El objetivo de esta tesis de Licenciatura se inspira en el resultado numérico de [13] y se centra en evaluar el efecto que tiene sobre el flujo, así como en la probabilidad de atascamiento, el empleo de mezclas binarias de partículas circulares con diferentes radios. Se emplea un enfoque experimental, mediante un dispositivo cuasi bidimensional (2D), donde la perturbación empleada es una vibración aplicada al sistema como un todo, en lugar de impulsos aleatorios aplicados a cada partícula individualmente como fue el caso de [13]. La adquisición y análisis de los datos se realiza mediante el uso de vídeos, los cuales permiten detectar el paso de partículas de cada especie.

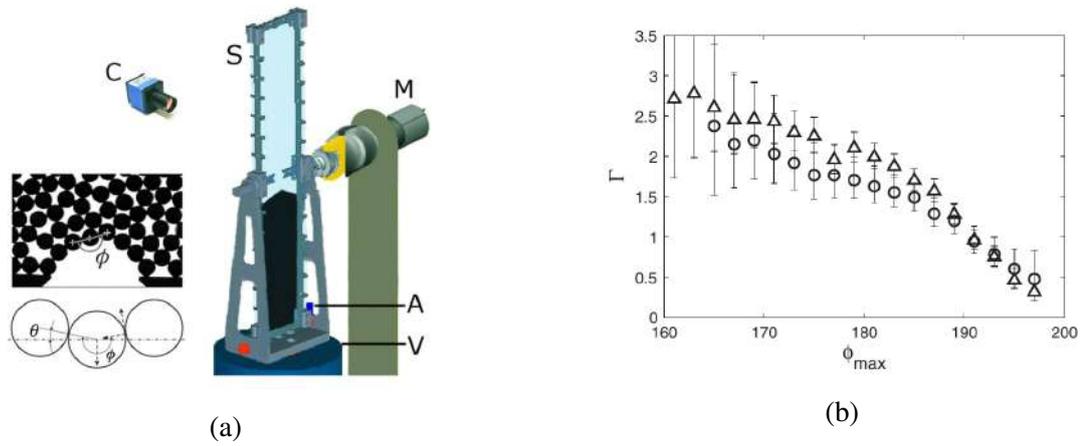


Figura 1.8: (a) Izq. Ángulo de contacto entre tres partículas vecinas dentro de un arco. Der. Dispositivo experimental empleado. C, Cámara; A, Acelerómetro; V, Shaker electromagnético; M, Motor; S, Silo. (b) Máxima aceleración impuesta sobre el sistema antes de romperse el arco, como función del ángulo máximo en el arco ϕ_{max} . Tomado de [10].

Ramp rate (g/s)	0.045	0.09	0.18
$\langle \Gamma \rangle$	1.59 ± 0.04	1.57 ± 0.04	1.60 ± 0.05

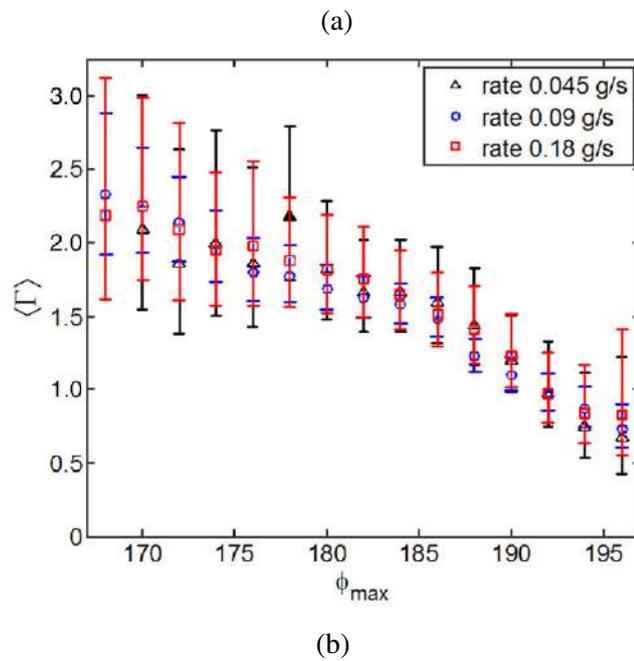


Figura 1.9: a) Aceleración media a la que se rompe un arco incluyendo todos los arcos para diferentes tasas de cambio de la amplitud de vibración. b) Aceleración media a la que se rompe el arco como función del ángulo máximo del arco ϕ_{max} . Tomado de [11].

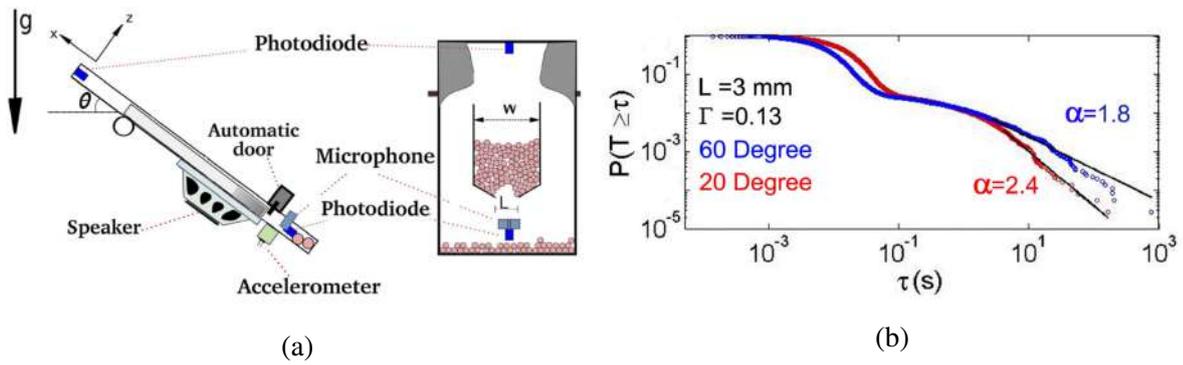


Figura 1.10: (a) Esquema del dispositivo experimental empleado para estudiar atascos en un silo cuasi 2D inclinado sometido a vibración. (b) CDF obtenida para dos ángulos de inclinación distintos (ver leyenda). Tomado de [2].

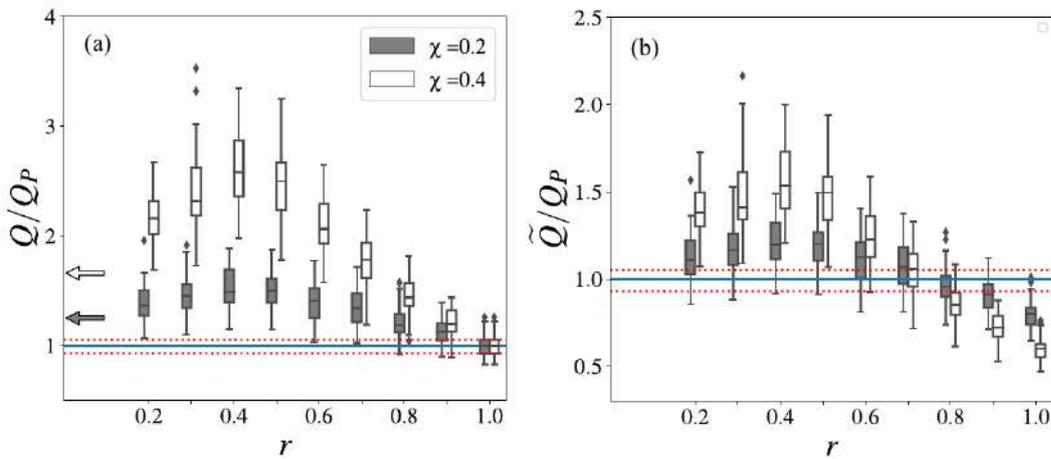


Figura 1.11: (a) Flujo total Q de partículas (originales + pequeñas añadidas) normalizado por el flujo del sistema puro Q_p (sin partículas pequeñas). (b) Flujo de las partículas originales \tilde{Q} normalizado por Q_p . Ambos flujos son representados en función de la relación de tamaño de las partículas pequeñas, para dos proporciones numéricas χ de partículas pequeñas agregadas. Tomado de [13].

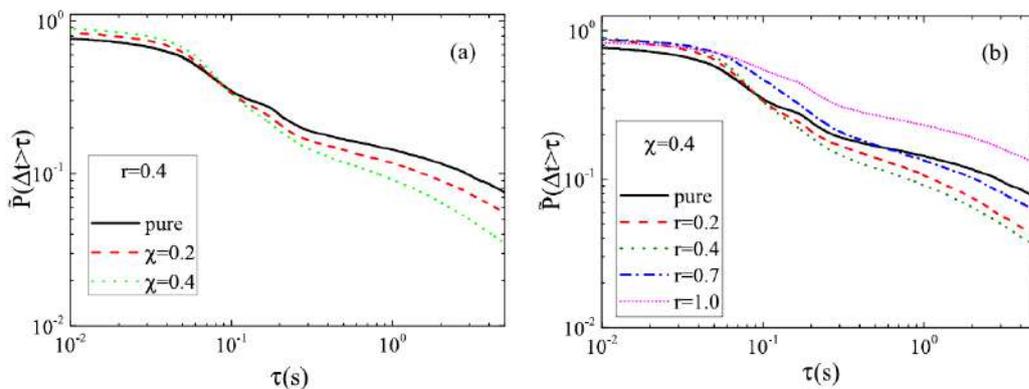


Figura 1.12: Función de supervivencia para diferentes valores de (a) proporción de mezcla χ y (b) tamaño relativo de partículas añadidas r . Tomado de [13].

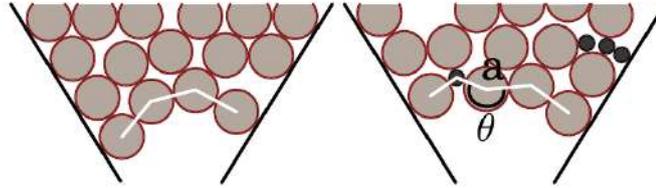


Figura 1.13: (Izq) Arco con partículas del mismo tipo. (Der) Arco con mezcla de partículas de diferente tamaños. Tomado de [13].

Capítulo 2

Método Experimental

2.1. Dispositivo experimental

Para los experimentos utilizamos un equipo basado en el dispositivo empleado en [2]. El equipo se encuentra compuesto de los elementos que se indican en la Fig. 2.1.

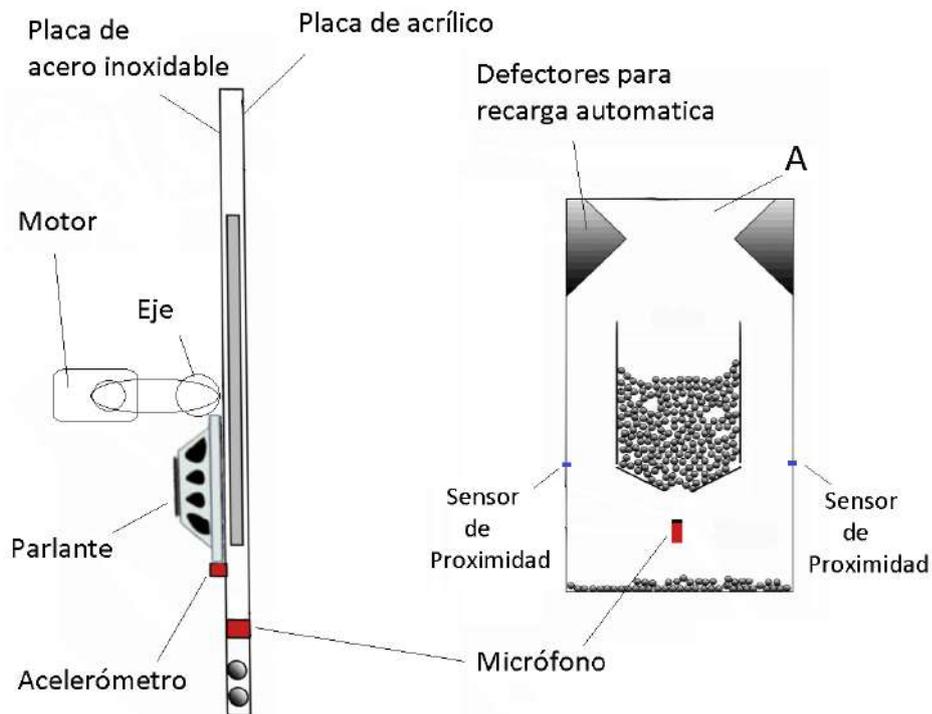


Figura 2.1: Esquema del dispositivo experimental.

El silo cuasi 2D consiste en una placa de acrílico y una de acero inoxidable, separadas una distancia de 2,7 mm, lo que permite contener un total de aproximadamente 140 partículas con forma de discos de 1,0 cm de diámetro. Los discos que se emplearon constan de una altura de 2,5 mm y diversos diámetros. En su interior cuenta con una estructura de 10



Figura 2.2: Fotografía del dispositivo experimental.

cm de ancho, que se asemeja a un silo, cuya salida tiene un ancho de 3 cm (tres discos del mayor diámetro empleado). La placa de acrílico permite observar las partículas durante el experimento. La placa de acero inoxidable se conecta a tierra para evitar que las partículas se carguen electrostáticamente. En la Fig. 2.2 se puede observar una fotografía del dispositivo experimental. En la misma puede apreciarse que, el silo junto con la cámara, se encuentran en un recinto cerrado, el cual se encuentra con una iluminación LED apropiada. Esto se debe a que para poder realizar un análisis de imagen la iluminación siempre debe de ser la misma.

Un acelerómetro colocado sobre la placa de acero inoxidable permite registrar la aceleración aplicada sobre las partículas usando un osciloscopio digital. Sobre la placa de acero inoxidable, a su vez, se encuentra sujeto un parlante conectado a un generador de señales (LEADER LFG-1300) y un amplificador (TDA2030) para transmitir vibraciones sobre el silo a la frecuencia y amplitud deseada. Particularmente se escogió trabajar con vibraciones con forma senoidal a una frecuencia de $140 \text{ Hz} \pm 0,4\%$. El acelerómetro permite registrar la aceleración efectiva que se imprime a la placa ya que el sistema no responde linealmente a la vibración del parlante. Esto ocasiona que la aceleración efectiva de la placa de acero inoxidable contenga múltiples componentes de alta frecuencia (ver Fig. 2.3).

2.2. Partículas empleadas

Las partículas empleadas fueron diseñadas mediante FreeCAD e impresas mediante una impresora 3D Kuttercraft modelo PK3. El material empleado para su impresión fue PLA, las propiedades del mismo se detallan en el Anexo A. Con el fin de poder estudiar el efecto de la mezcla de partículas se usaron como “partículas originales” discos con diámetro de 1,0 cm. Además se imprimieron discos de 0,30, 0,40, 0,50, 0,60, 0,70, 0,80, 0,90 cm de diámetro para ser usados como partículas pequeñas que se añaden al sistema de partículas originales (ver

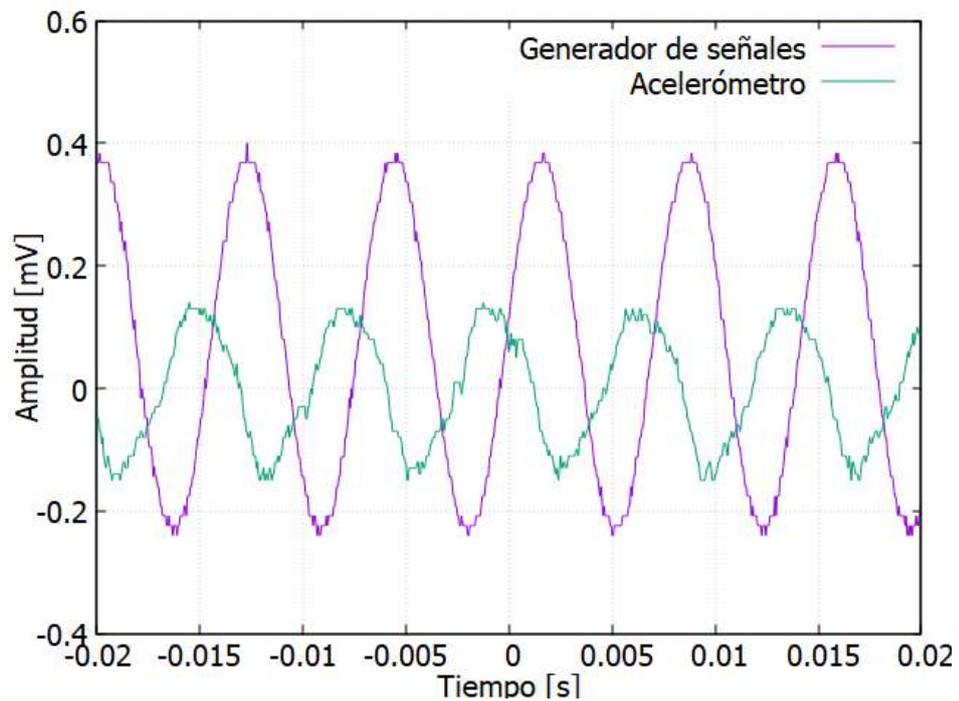


Figura 2.3: Señal enviada al parlante y vibración efectiva de la placa de acero inoxidable medida por el acelerómetro.

Fig. 2.4). La proporción de partículas originales y adicionales se fijó en $\chi = 0,4$, basados en los resultados mostrados en [13]. Donde χ se define como $\chi = N_a / (N_a + N_0)$, siendo N_a el número de partículas pequeñas adicionales y N_0 el número de partículas originales.



Figura 2.4: Fotografía de discos de diferentes diámetros impresos con impresora 3D.

2.3. Sistema de control

El sistema tiene que encontrarse automatizado con el fin de poder facilitar la adquisición de un gran número de atascos para el análisis estadístico. Las distribuciones de tiempos de atascos no son gaussianas: presentan colas largas para tiempos grandes. Esto requiere que el sistema recolecte datos durante un periodo largo de tiempo.

La placa de acero inoxidable, sobre la cual está montado el silo y las partículas, se encuentra solidaria a un eje que se conecta al eje de un motor paso a paso de 24 V mediante un sistema de engranajes. El motor trasmite su movimiento a la placa y permite que la misma pueda rotar 180° (ver Fig. 2.1). Este movimiento ocasiona que las partículas se deslicen a la parte superior de la placa y se acumulen en el alojamiento A mostrado en la Fig. 2.1. Cuando la placa regresa a la posición original, las partículas son dirigidas nuevamente hacia el silo gracias a los deflectores (ver Fig. 2.1) permitiendo realizar una recarga automática. El motor paso a paso permite controlar el ángulo en la que se posiciona la placa con una alta precisión ($1,8^\circ$ por paso). Mediante un par de fotodiodos colocados en la base del silo (ver Fig. 2.1), se detecta cuando éste se encuentra vacío y un módulo Arduino UNO acciona, a través de una serie de relés, el motor paso a paso con el fin de inclinar la placa y realizar una recarga.

Por otro lado, el Arduino controla también el encendido del parlante para iniciar las vibraciones por medio de un relé y un micrófono (modulo KY-037 de Arduino) colocado a la salida del silo. El micrófono es golpeado por las partículas luego de salir por el orificio y así permite detectar los tiempos de atasco (silencios). Si el silo se encuentra atascado por un tiempo superior a 13 minutos (tiempo límite establecido en nuestros experimentos) se acciona el motor y comienza un nuevo ciclo de medición. El tiempo límite se estableció para los casos donde el arco formado es muy estable y el tiempo necesario para romperlo puede ser muy grande. Por lo tanto, este tiempo máximo se utiliza para que el experimento no demore demasiado tiempo. Cuando se cumple el tiempo límite, el atascamiento se registra para el análisis de datos posterior como un evento de duración mayor a dicho tiempo (sin asignar una duración específica). Esto es suficiente para la construcción de distribuciones de probabilidad acumuladas como la función de supervivencia.

2.4. Protocolo de medición

El protocolo experimental empleado fue el siguiente. En primer lugar, se comienza con el silo en posición vertical lleno de partículas y atascado, y con la cámara de video registrando el silo. Luego se aplica una señal senoidal de vibración a una determinada frecuencia y amplitud y se inicia el registro del micrófono (usando el Arduino). Por medio del acelerómetro instalado sobre la placa de acero inoxidable, se mide la aceleración aplicada. El Arduino registrar el sonido adquirido por el micrófono. Una vez que el silo se vació (lo que es detectado por el Arduino usando los fotodiodos laterales) o se sobrepasa un tiempo límite establecido (13 minutos sin registrar el sonido de ninguna partícula saliendo del silo), el Arduino acciona el motor para realizar una recarga (gira el silo 180° y lo regresa a su posición original) y comienza una nueva medición.

El tiempo límite se estableció para los casos donde el arco formado sea muy estable y el tiempo necesario para romperlo pueda ser muy grande. Por lo tanto, este tiempo máximo se

utiliza para que el experimento no demore demasiado tiempo. Cuando se cumple el tiempo límite, el atascamiento se registra como de duración mayor a 13 minutos, sin especificar su duración.

Este protocolo se repitió durante 200 mediciones (descargas), para cada mezcla de partículas estudiada. Consideramos “medición” a una descarga completa del silo. Identificamos al conjunto de estas 200 mediciones como una “repetición”. Se realizaron 3 repeticiones para cada mezcla de partículas en días diferentes y se comprobó que los resultados son reproducibles. La cámara graba en forma continua durante toda una repetición (200 descargas). Cada repetición toma aproximadamente nueve horas.

2.5. Adquisición de datos

Si bien el micrófono mencionado en la sección anterior permite extraer información de los atascamientos, la principal adquisición de datos se realiza mediante el uso de una cámara web con la cual se filma cada descarga. La cámara web es colocada frente al dispositivo experimental y es conectada a una computadora. Por medio del software de código libre OBS se realiza una grabación a 30 cuadros por segundo (FPS) de todo el silo. Posteriormente se realiza un análisis de imagen para determinar los momentos donde se producen las descargas y atascamientos del material. Para facilitar este análisis, así como poder distinguir las partículas originales (de 1,0 cm de diámetro) de las más pequeñas adicionales, se decidió colorear de amarillo a las partículas originales mientras que las pequeñas se mantuvieron del color negro original del PLA utilizado.

Mediante un script escrito en Python 3.9 la filmación es separada en los correspondientes cuadros. Para realizar un seguimiento de las partículas a medida que salen del silo, se selecciona una región de píxeles sobre la abertura de salida, región de interés (ROI) para cada cuadro, la cuál tiene un tamaño 107×1 píxeles (ver Fig. 2.5). Estas ROI son combinadas en una sola imagen poniendo en forma adyacente los ROI de cuadros consecutivos como se muestra en la Fig. 2.6(a). Esta imagen es un diagrama espacio-temporal que permite analizar la evolución del flujo a través de la abertura. El diagrama espacio-temporal se somete a un filtro para binarizar la imagen (ver Fig. 2.6(b)) y así distinguir fácilmente si hay pasaje de partículas originales (amarillas) en cada instante. A partir de ésta se obtiene para cada tiempo si existe flujo o atasco de las partículas originales como se muestra en la Fig. 2.6(c).

De los datos de la Fig. 2.6(c), los intervalos de tiempo Δt entre el paso de dos partículas consecutivas puede ser calculado y de aquí obtener la función de supervivencia (CDF) de los atascamientos. La CDF se define como la probabilidad de que un arco sobreviva más allá de un cierto tiempo τ . Esta función se puede obtener ordenando todos los tiempos de atasco Δt de menor a mayor y calculando la probabilidad de encontrar un Δt mayor o igual que un valor dado τ . Un ejemplo de CDF, en escala logarítmica, puede verse en la Fig. 2.7.

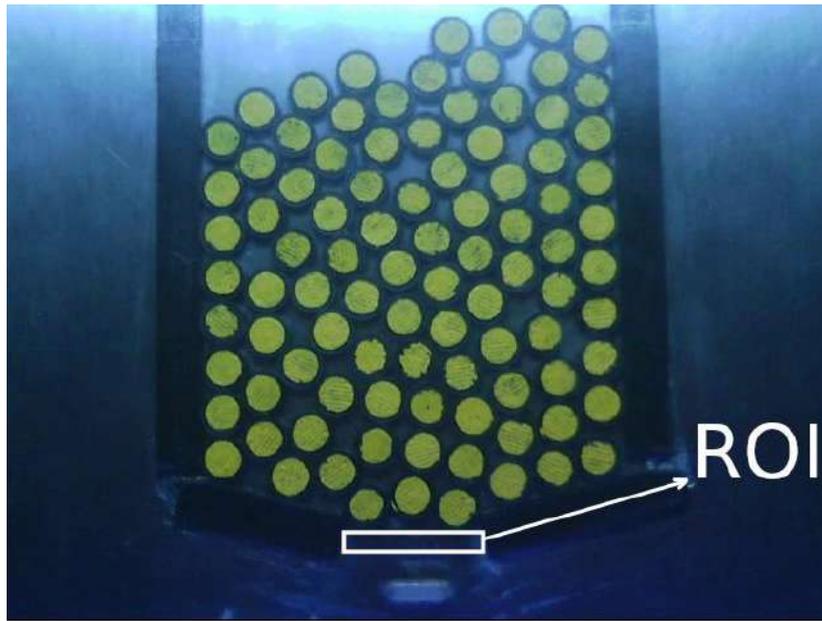


Figura 2.5: Fotograma de una filmación sobre un sistema puro de partículas originales, donde se resalta la región de interés utilizada (ROI).

El eje de las ordenadas representa la probabilidad de ocurrencia de un atasco de duración mayor a τ . Al encontrarse en escala logarítmica, la cola de esta función sigue una ley de potencia. La pendiente de esta ley de potencia tiene una dependencia directa con la amplitud de la vibración. A mayor amplitud existen menos atascos de larga duración y la pendiente es menor (mayor en valor absoluto) [2]. Dado que un atasco puede tener una duración muy larga, la CDF suele cortarse a un determinado τ , establecido por el experimento. Para $\tau = 0,03$ s (el menor tiempo Δt posible dada la velocidad de filmación de la cámara), el valor de la CDF es uno, porque todos los intervalos Δt medidos serán mayores o iguales que 0,03 s.

Como mencionamos al comienzo de la sección, la señal del micrófono permite obtener información equivalente. La señal del micrófono incluso presenta mejor resolución temporal que la que podemos obtener con la cámara. Pero en el caso de emplear esta señal, no se puede distinguir si las partículas que se encuentran fluyendo son las originales o las añadidas. Aun así, al comparar la CDF que se obtiene de los datos del micrófono con los del vídeo para un sistema monodisperso, se puede notar una diferencia. Ésta se produce debido a que la velocidad de adquisición de la cámara es menor que la del micrófono. Dada esta diferencia suele ocurrir que, mientras el micrófono puede detectar la salida de partículas individuales, la cámara solamente detecta grupos de partículas. Esto produce que en ocasiones, mientras el micrófono puede llegar a registrar dos atascos sucesivos, la cámara los puede considerar como un único atasco largo. Esto produce un mayor número de atascos de duración intermedia ($0,1 \text{ s} < \tau < 10 \text{ s}$) en el caso de los vídeos como puede verse en la Fig. 2.7. El efecto para los tiempos de atasco largos es menos marcado.

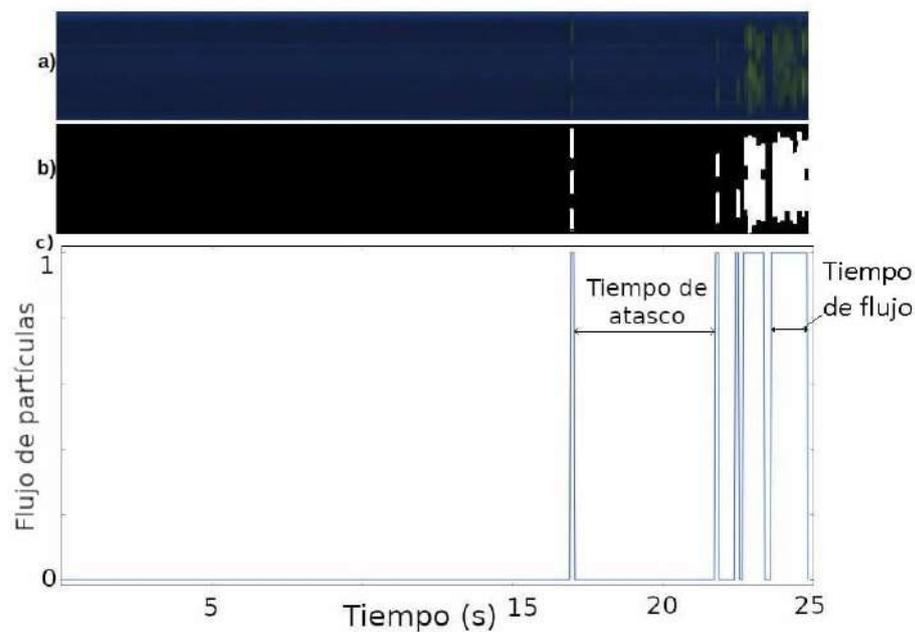


Figura 2.6: Secuencia de análisis de imagen realizado. (a) ROI combinada en un diagrama espacio-temporal. (b) Diagrama espacio-temporal luego de aplicar la binarización. (c) Gráfica binaria de flujo de descarga como función del tiempo: 1 representa flujo de partículas, 0 representa al sistema atascado.

Otra de las variables de interés a analizar es el flujo de descarga de las partículas originales en sí mismas cuando son incorporadas al sistema las partículas pequeñas. Para esto, usando las imágenes, se contó el número de partículas originales dentro del silo al comienzo de cada medición (cada descarga del silo) y al finalizar la misma. Para calcular el flujo de partículas originales \tilde{Q} , al número de partículas originales descargadas durante una medición se lo divide por la duración de la misma. Para poder contar las partículas se aplica un filtro de color para binarizar la imagen y solamente detectar las partículas originales coloreadas de amarillo (ver Fig. 2.8), mientras que las partículas añadidas al ser de color negro, no son consideradas en el análisis de la survival y del flujo (ver Fig. 2.9). Luego se utiliza un script en Python para individualizar y contar formas dentro de la imagen (ver Fig. 2.8). Este script se basa en el módulo de Python3 llamado `opencv` [17] el cual por medio de los métodos de erosión y dilatación, permite individualizar los objetos a detectar. Por último, este módulo permite emplear el algoritmo Ramer–Douglas–Peucker para contar contornos. De esta forma se puede obtener el número de partículas originales dentro de cada imagen analizada.

Es necesario aclarar que sistemas que presentan atascos no tienen un flujo bien definido. El flujo tiene una dependencia del tiempo máximo empleado en la medición (13 minutos en nuestros experimentos). Pero como este tiempo se mantiene fijo durante todas las mediciones, el flujo sirve como parámetro para comparar sistemas con diferentes partículas.

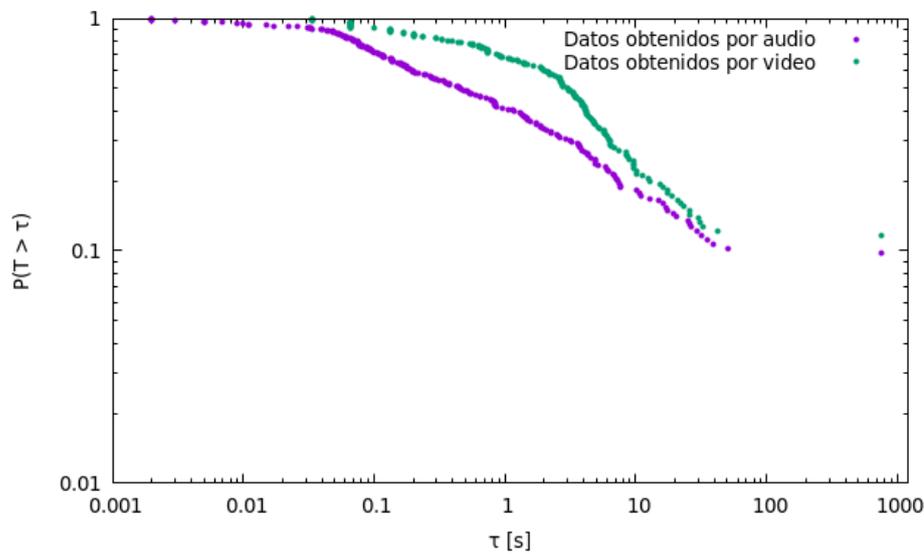


Figura 2.7: Ejemplo de la función de supervivencia (CDF) de los atascamientos obtenida mediante análisis de vídeo y de audio para un sistema puro de partículas originales vibrado a 140 Hz y 336 mV, lo que equivale a $4,98 \text{ m/s}^2$.

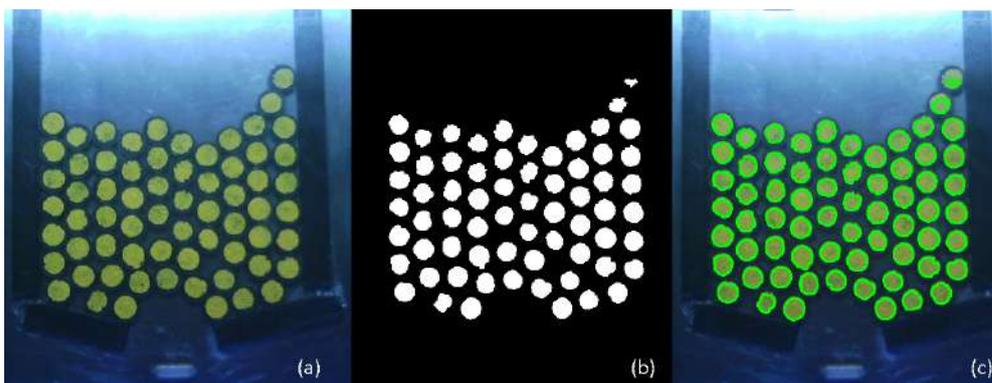


Figura 2.8: (a) Fotograma donde se observan solamente partículas originales. (b) Misma imagen binarizada, luego de aplicar el filtro de color. (c) Partículas identificadas por la combinación de erosión, dilatación y el algoritmo de Ramer-Douglas-Peucker.

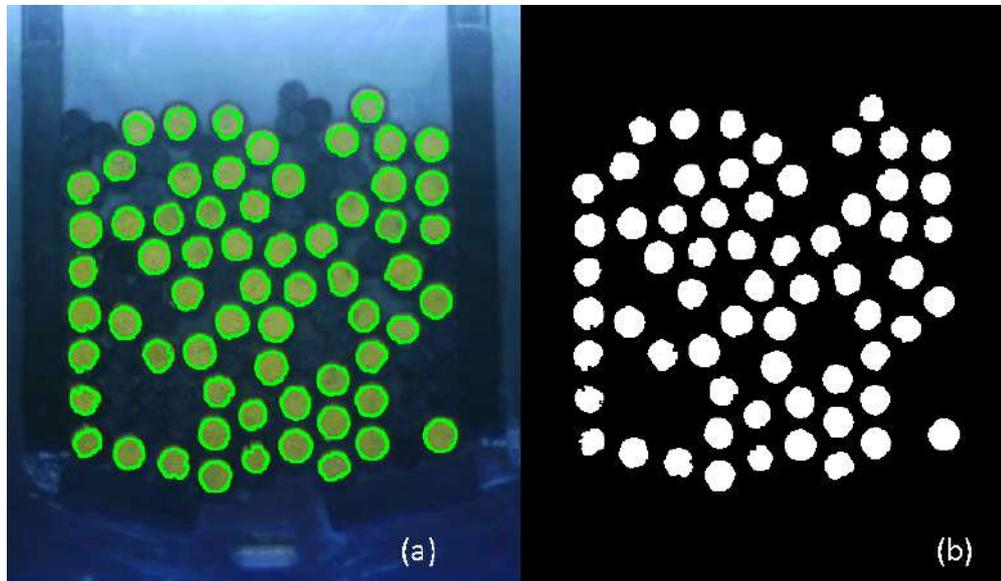


Figura 2.9: (a) Fotograma demostrando partículas originales identificadas en el caso de una mezcla con partículas más pequeñas de color negro. (b) Misma imagen binarizada.

Capítulo 3

Resultados

3.1. Mediciones

Para poder desarrollar este estudio, se realizaron 3 repeticiones para cada mezcla analizada, efectuando un total de 15 repeticiones. Se entiende por repetición a un total de 200 mediciones (descargas del silo). Cada descarga puede constar de ningún atasco o varios, dado el hecho de que pueden existir atascos de larga duración, se establece un tiempo límite de 13 minutos por descarga. Esto implica que una medición pueda llegar a tardar un total de 8 a 9 horas, la cual es almacenado en vídeo. Así mismo, procesar el vídeo generado y realizar el análisis de imagen correspondiente a una medición demora unas 5 horas. Se realizaron mediciones con el silo completo de 140 partículas originales, de 1,0 cm de diámetro, con el fin de tener como referencia el comportamiento del sistema puro de partículas originales. Se escogió la frecuencia de 140 Hz y la amplitud de vibración de 336 mV, lo que equivale a $4,98 \text{ m/s}^2$. Con esta amplitud se logra la menor distorsión de la respuesta del sistema a la señal senoidal aplicada mientras que los atascos del sistema puro se rompen con relativa facilidad. Como el peso del sistema cambia cada vez que se modifican las partículas utilizadas, el volumen del parlante se debe ser modificado a efectos de seguir imprimiendo la misma aceleración sobre las partículas. La aceleración sobre las partículas así como la frecuencia aplicada se mantuvieron constantes durante todas las mediciones.

Las mezclas de partículas que se emplearon, fueron con una concentración de $\chi = 0,4$, en las cuales se cambia la relación de tamaño $r = r_a/r_0$, donde r_a es el radio de las partículas adicionales y r_0 el de las originales. Las relaciones de tamaños empleadas fueron desde 0,3 hasta 1,0 (ver Tabla 3.1), utilizando las partículas descritas en la sección 2.2.

Mezcla	d_a [cm]	N_a	N_0	N_{tot}	A_a [cm ²]	A_0 [cm ²]	$A_a/(A_a + A_0)$
1	0.0	0	130	130	0	102.089	0
2	0.4	52	78	130	6.5312	61.2534	0.0963
3	0.5	52	78	130	10.2076	61.2534	0.1428
4	0.7	52	78	130	20.0096	61.2534	0.2462
5	1.0	52	78	130	40.8356	61.2534	0.4

Tabla 3.1: Tabla de mezclas utilizadas con $\chi = 0,4$. A_a y A_0 corresponden al área sumada de todas las partículas de cada especie. Podemos ver qué fracción del área ocupada por las partículas pequeñas añadidas no permanece constante al mantener χ constante.

3.2. Mejora en el flujo de descarga

La Fig. 3.1 muestra el resultado del flujo de las partículas originales, denotado con \tilde{Q} , como una función de r . El flujo de las partículas originales se denota con \tilde{Q} con el fin de diferenciarlo de Q , el cual representa el flujo total. La forma de calcular \tilde{Q} se detalló en la sección 2.5. El mismo se encuentra normalizado por el Q_p el cual representa la mediana del flujo para el caso de un sistema puro, solamente partículas originales sin partículas adicionales. Hay que tener en cuenta que Q_p no es lo mismo que \tilde{Q}_p , ya que en este último una porción χ de partículas es considerada agregada y no se toma en cuenta en el cálculo. Se puede observar que en el límite de $r \rightarrow 1$, donde los dos tipos de partículas son de igual tamaño, se espera una reducción de \tilde{Q} con respecto a Q_p , dado que una parte del flujo corresponde a las partículas añadidas. Mientras, para $r \rightarrow 0$ (partículas arbitrariamente pequeñas), la influencia de las partículas añadidas puede ser despreciada y las mismas fluirán sin afectar el flujo de las partículas originales. Por otro lado, en este gráfico se puede observar una mejora en el flujo de descarga para el rango de $0,3 < r < 0,7$, donde las medianas de los flujos normalizados superan 1. Además, un máximo se hace notorio para $r = 0,4$. La presencia de este máximo resulta consistente con el paper de Madrid et al. [13]. Aunque nuestros datos obtenidos experimentalmente presentan una considerable dispersión debido al número reducido de partículas en el silo, el error de la mediana resulta ser pequeño (ver Fig. 3.1) y puede observarse que la mejora del flujo de descarga es discernible.

En este punto se tiene que aclarar que, estrictamente hablando, sistemas que presentan atascos no tienen un flujo bien definido. Los flujos Q_p y \tilde{Q} van a tener una dependencia del tiempo máximo empleado en la medición, en este caso 13 minutos. Pero dado que las gráficas se encuentran normalizadas por Q_p , la forma de la misma no se verá alterada por un cambio en el tiempo máximo de medición. Por lo tanto, el flujo efectivo sirve como parámetro para comparar el flujo entre diferentes sistemas, cuando el tiempo máximo permanece fijo. Otra variable de interés para analizar es el flujo total de partículas, originales más añadidas. Ac-

tualmente los experimentos realizados no permiten esta medición, principalmente debido al método empleado para identificar las partículas, ya que fue pensado solamente para detectar las originales. El contraste actual para identificar las partículas pequeñas es muy pobre, pero podría elegirse otro esquema para colorear también las partículas pequeñas en futuros experimentos.

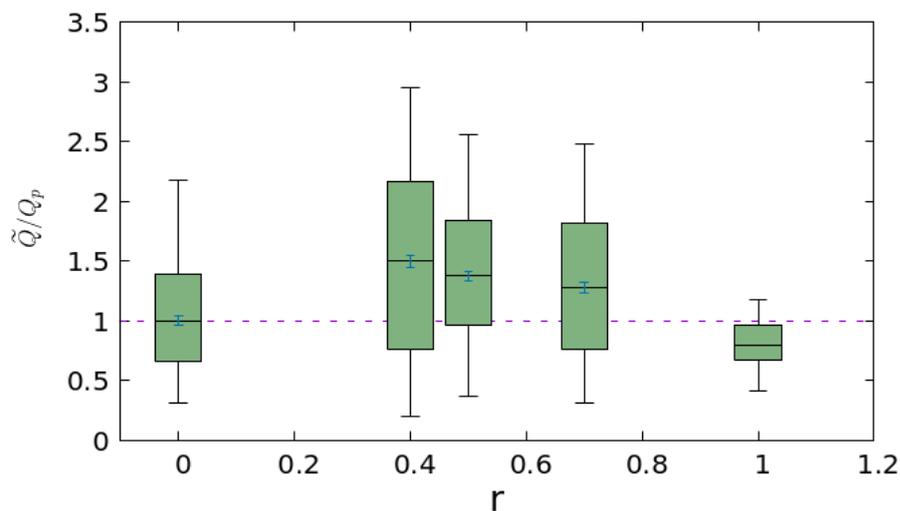


Figura 3.1: Flujo de las partículas originales \tilde{Q} en función de r . El mismo se encuentra normalizado por Q_p el cual es la mediana del flujo de un sistema puro (solamente con partículas originales). Los box-plots indican los cuartiles para 0,65%, 25%, 50% (mediana), 75% y 99,35% calculados sobre 200 descargas. La línea horizontal representa el cuartil de 50% para el sistema puro. Sobre el cuartil de 50% de cada box-plot se indica mediante barras de error, el error estándar de la mediana.

3.3. Probabilidad de atasco

Para analizar la duración de los atascamientos se recurre a la CDF, la cual, como se menciona en la sección 2.5, determina la probabilidad de encontrar un tiempo mayor a un cierto tiempo τ entre la salida sucesiva de dos partículas. La Fig. 3.2 muestra la CDF para diferentes r . Una mayor pendiente, en valor absoluto, significa que el sistema es menos propenso a presentar atascos de larga duración, es decir, es menos probable que el flujo de descarga se interrumpa por mucho tiempo o incluso de manera permanente. Para poder hacer una comparación cuantitativa entre diferentes CDF, usualmente se recurre a realizar un ajuste de ley de potencia sobre la cola de la distribución. En este caso no se pudo realizar dicho ajuste debido a la presencia de un gran número de atascos de larga duración. Este hecho se debe a que se utilizó una vibración muy pequeña. Si se realizara el ajuste, la pendiente del mismo tendría un valor cercano a 0 y un error considerable. Además, como mencionamos en la sección 2.5,

la velocidad de adquisición de la cámara produce un error en las survivals, cuando son comparadas con lo obtenido con el micrófono, el inconveniente de la velocidad de adquisición no se encuentra presente en el cálculo del caudal. Ya que para ello, se cuentan la cantidad de partículas dentro del silo antes y después de una descarga, pero no durante la descarga. Esto permite no tener problemas con la velocidad de adquisición. Por lo tanto, resulta más conveniente estudiar el efecto de la mezcla de partículas mediante el flujo de descarga como hicimos en la sección anterior.

Aun así, como este error se encuentra presente sistemáticamente en todas las survivals todavía es posible realizar una comparación cualitativa. En la misma puede llegar a verse que los sistemas con mezcla tienen menor probabilidad de atascos de larga duración, en particular la mezcla $r = 0,4$ presenta la menor. Esto es consistente con el resultado de flujo de las partículas originales que mostramos en la sección anterior, donde el mayor flujo se produce para $r = 0,4$.

Es importante destacar que la alta probabilidad de atascos largos observada en la Fig. 3.2 para el caso $r = 1,0$ (cuando las partículas agregadas son de igual tamaño que las originales) se debe a que muchos tiempos registrados como atasco pueden en realidad corresponder al flujo de las partículas agregadas que no se incluyen como flujo efectivo de las partículas originales. Cuando las partículas agregadas son grandes estos tiempo puede ser considerable. Como consecuencia sólo para añadidas de menor tamaño se consigue una mejora efectiva del flujo de las partículas originales.

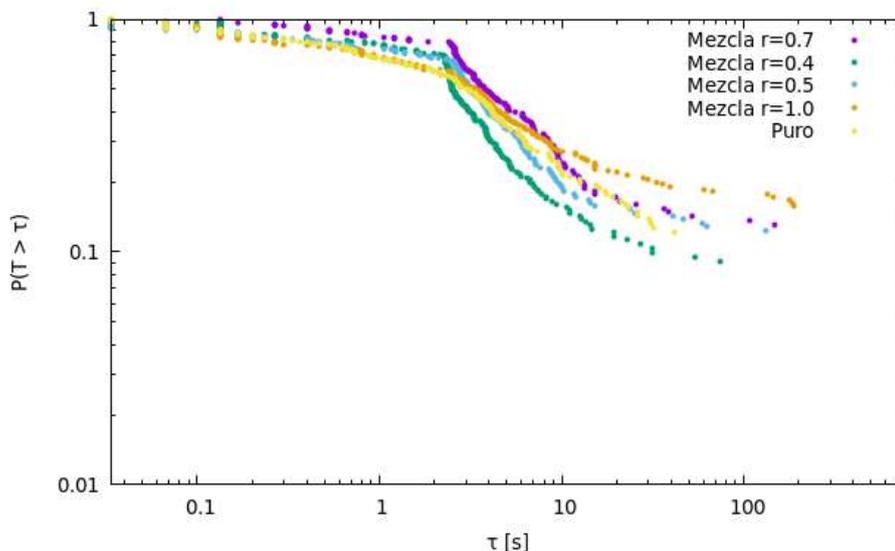


Figura 3.2: Función de supervivencia (CDF) para cada r analizado.

Otro análisis que se realizó en Madrid et al. [13], se centró en el número de partículas pequeñas involucradas en arcos de larga duración. Se encontró que a medida que las partículas añadidas son más pequeñas menos participan en arcos de larga duración. Un análisis similar

podría realizarse en este sistema, pero dado el contraste en las imágenes de las partículas pequeñas no resulta simple detectarlas para identificarlas en los arcos (ver Fig 3.3). Esto sería posible en una futura nueva configuración del experimento usando coloreados diferentes para cada tipo de partícula.

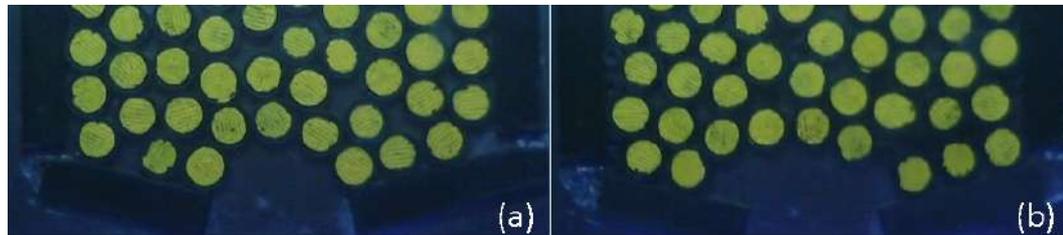


Figura 3.3: (a) Arco de un sistema puro. (b) Arco de un sistema mezcla de $r = 0,4$. Se puede apreciar que el contraste de la partícula pequeña que forma parte del arco es muy pobre.

Capítulo 4

Conclusiones

En esta tesis de licenciatura se propuso analizar el efecto que produce la mezcla de partículas en la descarga de material granular. Se realizó un estudio, con enfoque experimental, sobre cuáles son los efectos que ocasiona añadir partículas pequeñas a un sistema de discos que fluye y se atasca por un orificio mientras es sometido a vibración. Este trabajo fue inspirado por el trabajo numérico realizado por Madrid et al. [13].

De los resultados experimentales obtenidos, se pudo llegar a la conclusión de que la adición de partículas más pequeñas produce un efecto favorable contra los atascamientos. Las partículas más pequeñas afectan la estructura de los arcos que producen el atasco, lo que los convierte en más inestables frente a vibraciones. De esta manera, las partículas añadidas cumplen un rol de “lubricante” que termina favoreciendo el flujo de descarga. Más aún, para ciertos tamaños, este efecto puede superar la reducción del flujo efectivo de las partículas originales debido al tiempo que el sistema debe consumir en descargar las partículas añadidas.

Particularmente, se observó que existe un tamaño de partícula añadida que maximiza el efecto “lubricante”. La relación de tamaño de partícula original y aditiva de $r = 0,4$ con concentración $\chi = 0,4$ mostró ser la que mejor flujo efectivo de descarga ocasiona. Esto coincide con lo encontrado, por medio de simulaciones, en Madrid et al. [13]. De este modo, este trabajo valida los resultados del modelo de simulación.

Estos resultados son particularmente interesantes ya que permitirían, de manera efectiva y económica, mejorar el flujo de descarga en sistemas propensos a atascarse. Debido a que las partículas que se agregan al sistema pueden ser bastante más pequeñas que las originales, éstas pueden ser separadas sin mayores inconvenientes por simple tamizado luego de la descarga.

Este trabajo permitió observar determinadas mejoras que deben realizarse sobre el equipo experimental. Para eliminar el inconveniente mencionado en la sección 2.5, donde existen partículas que no son detectadas por la cámara, existen dos alternativas. Por un lado, con la utilización de una cámara de alta velocidad sería posible registrar con mayor resolución temporal una pequeña región espacial alrededor de la apertura y detectar todas las partículas

que la atraviesan durante una descarga. Por otro lado, existe una solución, que requiere un costo computacional considerablemente mayor, que consiste en detectar todas las partículas dentro del silo en todos los fotogramas. De esta forma, es posible medir la diferencia en el número de partículas dentro del sistema, el momento y la duración de cada avalancha. Esto permitiría obtener los tiempos de atasco del sistema.

Existe un número de estudios, empleando mezclas, que pueden ser realizados con este mismo equipo experimental. Es posible estudiar como afecta la inclinación del silo, así como variaciones en el tamaño de la apertura o variaciones de la inclinación de las paredes [18]. También pueden estudiarse variaciones en la amplitud y frecuencia de vibración utilizada [19]. Por último, realizando modificaciones en el método de detección de las partículas, permitiendo detectar las partículas de la especie añadida, sería posible analizar la composición y morfología de los arcos.

Por último, sería de interés estudiar el efecto de la mezcla modificando características de los materiales utilizados. Por ejemplo, se pueden estudiar materiales con diferentes coeficientes de rozamiento [20, 21] o diferentes durezas [14]. Estos estudios podrían ayudar a encontrar mejores soluciones para reducir el problema de los atascamientos en diversas aplicaciones industriales.

Apéndice A

Propiedades del PLA

El PLA o también conocido como ácido poliláctico, es un material empleado frecuentemente para la impresión 3D. Sus principales propiedades son las siguientes [22].

Propiedades de impresión

Facilidad de impresión	Muy alta
Temperatura de extrusión (°C)	200-240
Temperatura de cama caliente (°C)	0-40
Potencia del ventilador	100 %
Olor al imprimir	Nada
Adhesión entre capas	Media

Propiedades físicas y mecánicas

Densidad (g/cm ³)	1,24
Resistencia a tracción (MPa)	Alta: 3309
Resistencia a flexión (kg/cm ²)	Muy alta: 485
Resistencia al impacto (KJ/m ²)	Muy baja: 20
Temperatura de deformación (°C)	Baja: 55
Resistencia UVA y humedad	Muy baja
Reciclabilidad	Buena

Bibliografía

- [1] Garcimartín, Angel, Celia Lozano, Geoffroy Lumay y Iker Zuriguel: *Avoiding clogs: The shape of arches and their stability against vibrations*. Aip Conference Proceedings, 1542(1):686, 2013.
- [2] Zuriguel, Iker, Daniel Ricardo Parisi, Raúl Cruz Hidalgo, Celia Lozano, Alvaro Janda, Paula Alejandra Gago, Juan Pablo Peralta, Luis Miguel Ferrer, Luis Ariel Pugnaroni, Eric Clément y cols.: *Clogging transition of many-particle systems flowing through bottlenecks*. Scientific Reports, 4(1):1, 2014.
- [3] To, Kiwing, Pik Yin Lai y HK Pak: *Jamming of granular flow in a two-dimensional hopper*. Physical Review Letters, 86(1):71, 2001.
- [4] Zuriguel, Iker, Angel Garcimartín, Diego Maza, Luis A Pugnaroni y JM Pastor: *Jamming during the discharge of granular matter from a silo*. Physical Review E, 71(5):051303, 2005.
- [5] Arévalo, Roberto: *Commentary on "Jamming transition in a two-dimensional open granular pile with rolling resistance"*. Papers in Physics, 6:060008, 2014.
- [6] Thomas, CC y Douglas J Durian: *Intermittency and velocity fluctuations in hopper flows prone to clogging*. Physical Review E, 94(2):022901, 2016.
- [7] Arévalo, Roberto: *Collisional regime during the discharge of a two-dimensional silo*. Physical Review E, 105(4):044901, 2022.
- [8] Janda, A, Iker Zuriguel, A Garcimartín, Luis A Pugnaroni y Diego Maza: *Jamming and critical outlet size in the discharge of a two-dimensional silo*. EPL (Europhysics Letters), 84(4):44002, 2008.
- [9] Mankoc, Cristian, Angel Garcimartín, Iker Zuriguel, Diego Maza y Luis A Pugnaroni: *Role of vibrations in the jamming and unjamming of grains discharging from a silo*. Physical Review E, 80(1):011309, 2009.

- [10] Lozano, Celia, Geoffroy Lumay, Iker Zuriguel, RC Hidalgo y Angel Garcimartín: *Breaking arches with vibrations: the role of defects*. Physical Review Letters, 109(6):068001, 2012.
- [11] Lozano, Celia, I Zuriguel y A Garcimartín: *Stability of clogging arches in a silo submitted to vertical vibrations*. Physical Review E, 91(6):062203, 2015.
- [12] Nicolas, Alexandre, Santiago Ibáñez, Marcelo N Kuperman y Sebastián Bouzat: *A counterintuitive way to speed up pedestrian and granular bottleneck flows prone to clogging: Can 'more' escape faster?* Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2018(8):083403, 2018.
- [13] Madrid, Marcos A, C Manuel Carlevaro, Luis A Pagnaloni, Marcelo Kuperman y Sebastián Bouzat: *Enhancement of the flow of vibrated grains through narrow apertures by addition of small particles*. Physical Review E, 103(3):L030901, 2021.
- [14] Alborzi, Saeed, Benjamin G Clark y Sara M Hashmi: *Soft particles facilitate flow of rigid particles in a 2D hopper*. Soft Matter, 18(21):4127, 2022.
- [15] Wang, Jing, Bo Fan, Tivadar Pongó, Kirsten Harth, Torsten Trittel, Ralf Stannarius, Maja Illig, Tamás Börzsönyi y Raúl Cruz Hidalgo: *Silo discharge of mixtures of soft and rigid grains*. Soft Matter, 17(16):4282, 2021.
- [16] Carlevaro, C Manuel, Marcelo N Kuperman, Sebastián Bouzat, Luis A Pagnaloni y Marcos A Madrid: *On the use of magnetic particles to enhance the flow of vibrated grains through narrow apertures*. Granular Matter, 24(2):51, 2022.
- [17] *Python3 Modulo OpenCV*. En <https://pypi.org/project/opencv-python/>.
- [18] López-Rodríguez, Diego, Diego Gella, Kiwing To, Diego Maza, Angel Garcimartín y Iker Zuriguel: *Effect of hopper angle on granular clogging*. Physical Review E, 99(3):032901, 2019.
- [19] Caitano, Rodrigo, Bruno Guerrero Borges, Ramon Gonzalez, Iker Zuriguel y Angel Garcimartín: *Characterization of the Clogging Transition in Vibrated Granular Media*. Physical Review Letters, 127, Septiembre 2021.
- [20] Zablotsky, Amir Nicolás: *Estrategias para la optimización del flujo de medios granulares mediante mezclas*. 2021.
- [21] Zablotsky, Amir Nicolás: *Dinámica de procesos de evacuación peatonal en poblaciones mixtas con imitación de actitudes cooperativas*, capítulo 1. 2022.

- [22] *PLA y PETG: características, diferencias y aplicaciones". En <https://abax3dtech.com/2020/12/15/pla-y-petg-caracteristicas-diferencias-y-aplicaciones>,.*