

TRABAJO DE TESIS DE GRADO EN
INGENIERÍA ELECTROMECÁNICA

DISEÑO DE UN DINAMÓMETRO MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Autor:
Luis Pablo Ramirez

Tutor:
Mg. Ing. Gustavo Marcelo Flores

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Pampa.
General Pico (6360), La Pampa, Argentina.
Diciembre de 2011.

A mi familia...

Agradecimientos.

Quisiera agradecer al Mg Ing. Marcelo Flores por su paciencia y por su sabiduría, también a los profesores y alumnos que me acompañaron en la realización de esta tesis.

A mi familia por su apoyo, mi mamá Marta, mi papá Ricardo, mi hermana Cecilia, mi abuela Aurelia, y a mis grandes amores Sofía y Nora.

Resumen

El presente trabajo muestra una serie de estudios que llevan al diseño de un instrumento capaz de medir las fuerzas, en tiempo real, que surgen en los procesos de mecanizado. Este dispositivo, llamado dinamómetro, puede medir fuerzas en las tres componentes de aplicación de una fuerza en el espacio. Tales fuerzas son la fuerza de corte, fuerza de avance y fuerza de empuje radial.

Este diseño garantiza una elevada rigidez que permite obtener un buen acabado superficial, a la vez que posee sensibilidad como para lograr efectuar mediciones de fuerza de pequeña magnitud. Resulta de dimensiones reducidas, teniéndose en cuenta que el dispositivo debe ser montado en la torreta porta-herramienta de un torno de control numérico CNC, donde por lo general los espacios son muy limitados.

Este dinamómetro está compuesto por elementos deformables, anillos octogonales. Las mediciones de fuerza se efectuarán a través de las deformaciones captadas por transductores o sensores de deformación (strain gauges). Estos se pegan sobre los anillos octogonales y se conectan a un sistema de adquisición de datos.

El diseño de este instrumento se realizó con el software I-DEAS (Integrated Design Engineering Analysis Software) que utiliza el método de cálculo por elemento finito (FEM, Finite Element Model). Este método consiste en reemplazar mediante un modelo de elementos discretos al modelo continuo o real. Es decir, mediante un sistema de nodos se construye un mallado que simplifica el sistema a evaluar. Reduciéndose a un número finito el número de incógnitas de un sistema físico real, y poder realizar sobre este modelo una gran variedad de estudios.

La mayoría de las publicaciones y trabajos sobre diseño y fabricación de dinamómetros hacen hincapié en el diseño global del instrumento, pero muy pocos han hecho un análisis detallado de los anillos que componen el dispositivo; si es que tenemos en cuenta que hace más de cuatro décadas que se trabaja en este tipo de dispositivo.

Por lo dicho, y por considerar a los elementos deformables el pilar de este tipo de instrumento se realizó un estudio detallado de los elementos deformables, como son los anillos circulares y los anillos octogonales. Se obtuvieron ecuaciones que describen el comportamiento de tales elementos y a partir de estas ecuaciones se calcularon las dimensiones para que estos cumplan con requisitos tales como tamaño y rigidez.

Tabla de contenido

<i>Resumen</i>	4
<i>1. Introducción.</i>	7
1.1. Introducción General.	7
1.2 Parámetros Importantes de los Strain Gauges.	8
1.3 Piezoeléctricos.	11
1.4 Dinamómetros.	11
1.5 Método de los Elementos Finitos.	12
1.5.1 Método.	12
1.5.2 Modelo Discreto.	13
<i>2 Descripción y Análisis de los Elementos Deformables.</i>	15
2.1 Anillo Circular.	15
2.1.1 Fórmulas de Deformación.	16
2.1.2 Análisis de la Rigidez.	18
2.1.3 Conclusiones sobre el Anillo Circular.	19
2.2 Anillo Octogonal.	19
2.2.1 Dimensiones del Anillo Octogonal.	20
2.2.2 Análisis de Deformación.	21
2.2.3 Zona de pegado del Strain Gauge.	23
2.2.4 Ecuaciones de Desplazamiento.	23
2.2.5 Ecuaciones de Rigidez.	24
2.2.6 Ecuación de Deformación y su Relación con el Desplazamiento.	25
<i>3. Descripción del Dinamómetro.</i>	27
3.1 Consideraciones Generales.....	27
3.2 Exigencias de Mecanizado.	27
3.3 Propiedades Dinámicas del Dinamómetro.	28
<i>4. Diseño del Dinamómetro.</i>	29
4.1 Dimensionado de los Anillos Octogonales.....	30
4.2 Simulaciones y Análisis del Dinamómetro.....	30
4.3 Análisis de la Frecuencia Natural del Sistema.	32

4.4 Análisis sobre la Zona de pegado de los SG.....	32
4.5 Análisis de Sensibilidad Cruzada.....	33
4.6 Rango de Medición y Cálculo de Error.....	35
4.7 Conclusiones sobre el Diseño.....	36
5. Conclusiones Generales.....	39
Apéndice A – Estudio sobre los Anillos Circulares.....	40
A.1 Dimensiones de los Anillos.....	40
A.2 Condiciones de Contorno.....	40
A.3 Simulación de los Anillos.....	40
A.3.1 Análisis de Deformación sobre los Anillos.....	41
A.4 Cálculo de las Constantes de las Ecuaciones.....	43
A.5 Cálculo de la rigidez.....	44
A.6 Conclusiones.....	45
Apéndice B – Simulaciones del Dinamómetro.....	46
B.1 Introducción.....	46
B.2 Fuerza Vertical.....	46
B.3 Fuerza Horizontal.....	47
B.4 Fuerza en dirección Z.....	48
B.5 Límite Elástico.....	49
B.6 Deformaciones sobre el octógono 1. Fuerza Vertical 1000N.....	50
Referencias.....	51

1. Introducción.

En este capítulo haremos una introducción a los procesos de mecanizado y de la importancia de obtener lecturas de las fuerzas en tales procesos. Además presentamos a los diferentes transductores que se utilizan para la medición de los esfuerzos tales como los piezoeléctricos y los strain gauges. Mostraremos también los diferentes tipos de dinamómetros y describiremos someramente el método de los elementos finitos.

1.1. Introducción General.

En un proceso de mecanizado el acabado superficial y las dimensiones de una pieza están estrechamente vinculados con el estado de la herramienta de corte. Por tal motivo es importante determinar con precisión su durabilidad y de esta forma, garantizar en los procesos de mecanizado su correcto desempeño, como también poseer un monitoreo y control de su desgaste.

Las industrias manufactureras durante mucho tiempo han intentado estimar de manera confiable la duración de las herramientas de corte y de esta manera realizar su reemplazo, incluso cuando las condiciones de las herramientas todavía son las adecuadas para el mecanizado. Esto es válido si las herramientas se utilizan en las mismas condiciones de corte y el material es lo suficientemente homogéneo, pero esto es algo que sucede con muy poca frecuencia.

El conocimiento de la fuerza de mecanizado, en tiempo real, nos posibilita inferir el estado del desgaste de la herramienta de corte y además nos permite implementar nuevas técnicas de control o de supervisión. De esta manera se podrá predecir el estado de la herramienta de corte, y tomar acciones de manera que el producto de fabricación posea las tolerancias establecidas y condiciones superficiales más adecuadas.

Hay gran variedad de investigaciones en relación a la medición y predicción de las fuerzas en los procesos de torneado. Esto se debe a que las fuerzas de corte generadas durante los procesos de mecanizado tienen una influencia directa sobre la generación de calor, el desgaste de la herramienta, la calidad de la superficie mecanizada y en las tolerancias dimensionales [1]. Dado que los resultados teóricos para determinar las fuerzas de corte producen resultados imprecisos, las mediciones experimentales resultan imprescindibles. Por este propósito muchos instrumentos de medición han sido desarrollados [2].

La fuerza de corte mencionada se puede medir con dispositivos tales como los dinamómetros. Los cuales basan su funcionamiento en la deformación elástica de sus componentes. Donde la deformación es captada por sensores de deformación tales como las galgas extensiométricas (strain gauges) o por medio de transductores piezoeléctricos. Otra manera de medir fuerzas es a través de cálculos mediante métodos indirectos, como lo es por medio de consumo de potencia.

El presente trabajo muestra una serie de estudios que arriban al diseño de un dinamómetro, el cual es capaz de medir los esfuerzos, en tiempo real, que se encuentran en los procesos de torneado. Tales esfuerzos son: fuerza de corte (F_c), fuerza de avance (F_a) y fuerza de empuje radial (F_e). Este dispositivo se diseñó para ser colocado en la torreta porta herramienta de un torno CNC, donde los espacios son muy reducidos.

Se obtuvieron, además, ecuaciones que describen el comportamiento de anillos circulares sometidos a esfuerzos estáticos. A partir de las mismas se hizo una aproximación al diseño más apropiado del anillo octogonal, considerándose para las mismas las especificaciones de rigidez, dimensiones del strain gauge, zona de pegado del strain gauge y a su vez las zonas donde las variaciones de tensión son poco significativas en relación a la sensibilidad que es capaz de captar el strain gauge.

Para lograr un buen mecanizado de las piezas se debe tener una rigidez elevada, ya que de lo contrario se afecta el proceso de mecanizado, se modifican los parámetros de corte (como el avance, la profundidad de corte, etc.), la pieza puede salir de tolerancias, se inducen vibraciones y se afecta el acabado superficial. El dinamómetro debe poseer una rigidez tal que cumpla con las especificaciones mencionadas pero que a la vez

tenga la suficiente sensibilidad como para lograr efectuar pequeñas mediciones de fuerza. Esto es algo difícil de conseguir, planteándose una situación de compromiso entre los factores de rigidez y sensibilidad por estar en oposición, es decir, que a mayor valor de rigidez se pierde sensibilidad, y a menor rigidez la sensibilidad aumenta.

El dinamómetro además debe poder diferenciar las tres componentes de una fuerza en el espacio, o sea, las mediciones de fuerza en una dirección no deben ser influenciadas por las fuerzas en las restantes direcciones ortogonales. A esto se le conoce como sensibilidad cruzada, y es la capacidad del instrumento de diferenciar fuerzas en sus distintas direcciones de aplicación.

Otro factor importante a tener en cuenta en el diseño del instrumento es el tamaño, ya que este dispositivo debe ser lo más compacto posible de manera de montarlo con relativa facilidad en la torreta portaherramientas del torno.

Como primera etapa del proyecto se hizo un análisis sobre los anillos circulares, el cual consistió en determinar deformaciones, desplazamientos y rigidez. De esta manera se puede predecir el comportamiento de tales anillos cuando estos son sometidos a esfuerzos.

Como segunda etapa, dado los resultados sobre los anillos circulares, se realizó un análisis sobre los anillos octogonales donde además se analizó la sensibilidad. Una vez obtenida las dimensiones de los anillos octogonales se procedió al diseño del dinamómetro.

El diseño de este instrumento se realizó íntegramente con el software I-DEAS (Integrated Design Engineering Analysis Software) que utiliza el método de cálculo por elemento finito, teniéndose en consideración trabajos experimentales de otras publicaciones.

1.2 Parámetros Importantes de los Strain Gauges.

Cuando un conductor es sometido a deformaciones dentro de su límite de elasticidad su resistencia eléctrica cambia debido a variaciones en su largo y diámetro. Basándose en este principio, los sensores de deformación del tipo strain gauge (SG de ahora en más) se utilizan para medir deformaciones.

El SG se usa para medir deformaciones mecánicas, aunque no las puede medir directamente, sino que debe ser pegado sobre la superficie que va a sufrir tales deformaciones. Esto es válido bajo la hipótesis de que los SG sufren las mismas deformaciones que la superficie sobre la cual está adherido, lo que impone una tarea muy importante el correcto pegado del dispositivo.

Para el estudio de la deformación se utiliza la ley de Hooke, que expresa que en la zona elástica del material la deformación unitaria ϵ ("strain" en inglés) es proporcional al esfuerzo axial σ , ecuación (1):

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{F/A}{E} \quad (1)$$

Donde F es fuerza aplicada, A es la sección del hilo conductor y E es el módulo de elasticidad del material conductor. Además, el *strain* se define como la relación entre el incremento de longitud de un objeto y la longitud original, cuando una fuerza se encuentra actuando sobre el mismo, **Figura 1.1**.

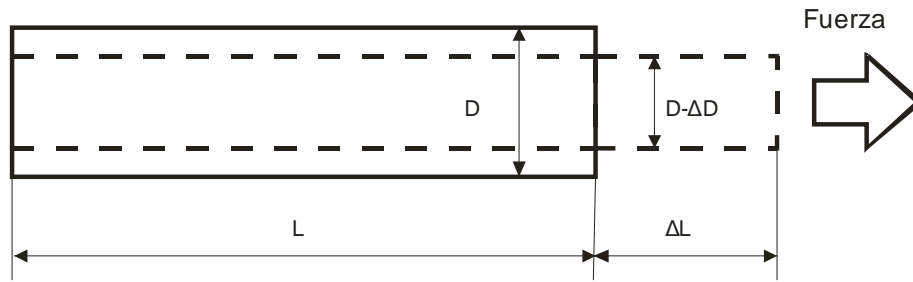


Figura 1.1: Esquema de variación longitudinal y transversal debido a una fuerza axial.

$$\epsilon_a = \frac{\Delta L \text{ (variación de longitud)}}{L \text{ (longitud original)}} \quad (2)$$

La deformación unitaria (ϵ), aunque no tiene dimensiones, suele expresarse como “x10-6” (partes por millón) o $\mu\epsilon$. El concepto de deformación engloba todas las variaciones sufridas por un cuerpo cuando éste ha sido sometido a una fuerza externa, bien sea compresión, tracción, torsión o flexión. Además de la deformación axial se produce en el hilo conductor una deformación transversal, esta estará dada por la expresión de la ecuación (3)

$$\epsilon_t = \frac{\Delta D \text{ (variación de longitud transversal)}}{D \text{ (longitud transversal original)}} \quad (3)$$

Se define también, el módulo de Poisson como:

$$\nu = - \frac{\epsilon_t \text{ (deformación transversal)}}{\epsilon_a \text{ (deformación axial)}} \quad (4)$$

El signo de la ecuación (4) es negativo, ya que las deformaciones son de sentidos opuestos, es decir tensión y compresión. Al hacer el cociente, el módulo de Poisson queda positivo.

El principio de funcionamiento del SG es:

$$\frac{\Delta R}{R} = K \cdot \epsilon \quad (5)$$

Donde, R es la resistencia original del SG

ΔR es la variación de la resistencia

K es una constante denominada Gauge Factor, que depende del tipo de metal del SG.

ϵ es la deformación.

El SG está constituido por una base muy delgada no conductora, sobre la cual va adherido un hilo metálico muy fino, generalmente de aleación de Cobre – Níquel, de manera que la mayor parte de su longitud está distribuida paralelamente a una dirección determinada, tal y como se muestra en la **Figura 1.2** De este modo las deformaciones que se producen en el elemento deformable, sobre el cual está adherido el transductor, provocan una variación de la longitud del hilo metálico y, por consiguiente, una variación de la resistencia. También hay que mencionar que las deformaciones en la dirección transversal del SG son prácticamente despreciables.

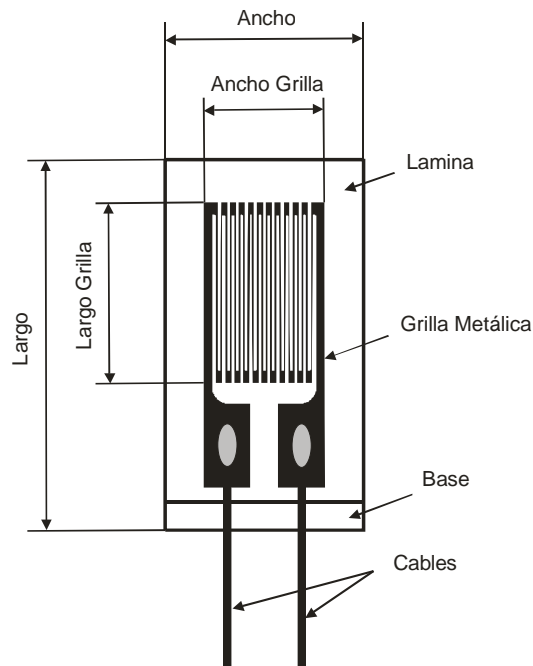


Figura 1.2: Esquema general de un Strain Gauge.

La máxima elongación del SG es función del hilo conductor, del material usado como base y del pegamento utilizado. Por lo general el límite no excede del 0,1% de la longitud del SG. A todo esto, la variación de resistencia eléctrica del SG es muy baja, por lo que se hace prácticamente inevitable el uso de un sistema de amplificación para poder captar las deformaciones. Se debe notar que a medida en que la resistencia eléctrica sea más elevada se pueden aplicar tensiones eléctricas más elevadas para poder captar las deformaciones, lo que mejora en gran medida las mediciones.

Las características principales de los SG para este tipo de aplicación son sus reducidas dimensiones, un bajo peso (pocos gramos), un buen rango de medida que está impuesto por el límite elástico del SG o del tipo de unión con el elemento donde se encuentra instalado, su resistencia eléctrica permanece constante si no es sometido a esfuerzos y si no hay cambios relevantes de temperatura. La deformación captada es un promedio de la zona donde se encuentra pegado el strain, **Figura 1.3**.

La sensibilidad de los SG están dadas por el valor Gauge Factor, que es la razón entre la variación de la resistencia eléctrica en proporción a la variación de la longitud. La resistencia de los SG comprende valores que van de unos pocos ohm hasta algunos miles de ohm (30ohm a 3000ohm). En los casos donde las deformaciones son muy bajas (del orden de $1E^{-4}$) hay que efectuar mediciones utilizando los SG en un puente de Wheatstone para amplificar la señal, lo que no presenta mayores inconvenientes ya que se logran muy buenas mediciones con deformaciones del orden de $1E^{-07}$.

Es de gran importancia destacar que los SG poseen una muy buena exactitud en la medición estática y un bajo costo comercial, es por ello que para la implementación en el dinamómetro se optó por este tipo de transductor.

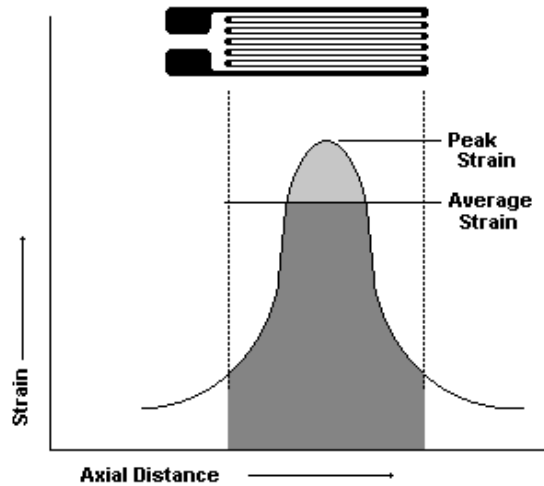


Figura 1.3: Esquema de funcionamiento del Strain Gauge.

1.3 Piezoeléctricos.

El efecto piezoeléctrico consiste en la producción de una diferencia de potencial eléctrico mediante la presión (ocurre en ciertos materiales cristalinos y cerámicos, ej. Cuarzo cristalino), el cual consiste en la aparición de una polarización eléctrica bajo la acción de un esfuerzo.

Estos dispositivos son caracterizados por su alta respuesta en frecuencia, una alta precisión, una vida de servicio larga y un buen grado de fiabilidad, la propiedad del material de cuarzo es la resistencia al paso del tiempo y la baja pérdida de sensibilidad con la temperatura (0.01% por grado de temperatura). Además, un transductor de cuarzo no tiene problemas de fatiga y posee una alta rigidez, lo cual permite ser incorporado en una máquina de gran precisión sin afectar las características dinámicas de la misma [3].

Los transductores piezoeléctricos no pueden medir un evento estático continuo como sería el caso de una medida de peso o una fuerza estática, solo pueden medir eventos dinámicos.

1.4 Dinamómetros.

Los dinamómetros son instrumentos que sirven para medir fuerzas, y basan su funcionamiento en las deformaciones elásticas sufridas en sus elementos deformables. Existen diferentes tipos de dinamómetros, y su geometría depende de la forma de medir las deformaciones; estas pueden ser determinadas usando transductores del tipo SG o piezoeléctricos

Hay una gran variedad de estudios que se centran en el desarrollo de instrumentos de este tipo. La publicación [1] presenta un dinamómetro compuesto por cuatro anillos octogonales (**Figura 1.4**). Su funcionamiento se basa en la detección de las deformaciones elásticas ocurridas en cada anillo mediante el uso de transductores del tipo SG colocado sobre cada uno de ellos. El diseño de anillos le permite al dispositivo soportar cargas de hasta 4500N con una sensibilidad de $\pm 5N$, y medir en forma simultánea fuerzas en las tres direcciones.

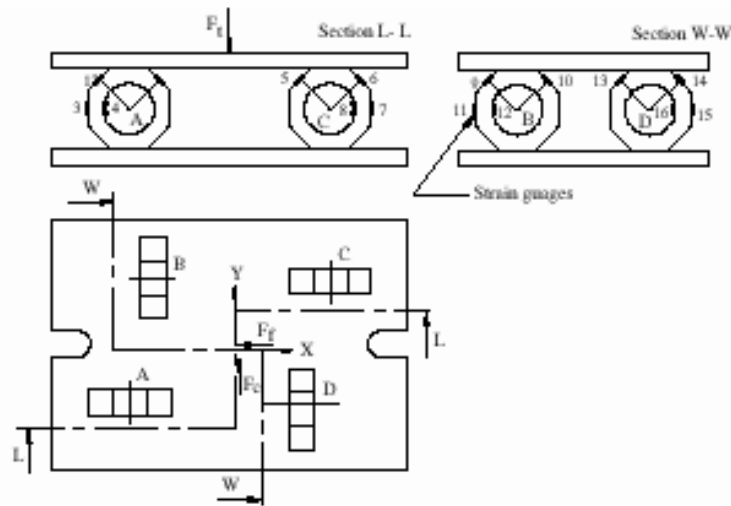


Figura 1.4: Dinamómetro de octógonos.

Las características más importantes de cada dinamómetro se basan en la disposición de sus elementos deformables como también de sus dimensiones. También existen dinamómetros compuestos por un solo bloque de material [4], la geometría se basa en un rectángulo en el cual se le practican dos ranuras y una cavidad donde se aloja la herramienta de corte (Figura 1.5). El dispositivo es capaz de medir deformaciones mediante la utilización de dos SG correctamente instalados. Las deformaciones que sufre del bloque de material son de ordenes muy pequeños. El propósito de la disposición de las dos ranuras es diferenciar el sentido de las fuerzas actuantes.

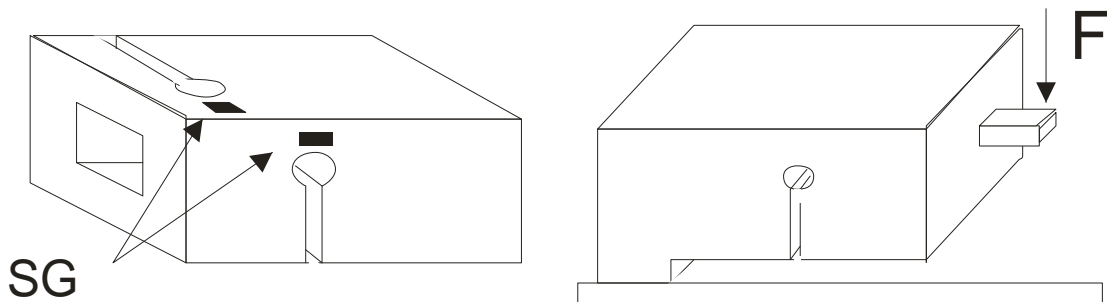


Figura 1.5: Dinamómetro de un solo bloque.

El diseño de bloque le permite al dinamómetro medir fuerzas en solo dos direcciones. El dinamómetro de un solo bloque posee un diseño sencillo y económico, pero debido a que solo usa dos SG el diseño no ofrece confiabilidad en las lecturas.

1.5 Método de los Elementos Finitos.

El método de los elementos finitos consiste en un modelo matemático aplicado a un modelo físico real, simulando así el comportamiento de sus variables físicas, como por ejemplo temperatura, deformación mecánica, vibraciones, etc.; las aplicaciones actuales del método son muy extensas, e incluyen sistemas lineales y no lineales, estáticos y dinámicos tales como Mecánica de Sólidos, Teoría de la Elasticidad, Mecánica de Fluidos, Transmisión de Calor y Electromagnetismo.

1.5.1 Método.

Los programas que utilizan este método ofrecen resultados muy confiables si estos se comparan con los obtenidos mediante fórmulas, ya que los cálculos involucran a toda la geometría de determinada estructura, sobre todo si esta geometría toma formas irregulares.

Este método se utiliza para aproximar soluciones a problemas en los que la cantidad de incógnitas es demasiado grande, el cual consiste en construir un sistema de nodos o elementos discretos reduciendo

significativamente el número de incógnitas (modelo simplificado del sistema real), creando un modelo analítico expresando las variables de campo incógnitas en términos de funciones aproximadas en cada elemento.

La aproximación o cantidad de nodos o dimensiones del mallado se realizan acorde a las solicitaciones a las que se encuentran sometidas las piezas, es decir que a mayor variación de potencial el mallado debe ser más pequeño, de manera que se tenga una aproximación más fiel del sistema real y evitarse errores significativos por promedios.

La **Figura 1.6** muestra un mallado realizado sobre un anillo circular, el reticulado da una idea de cómo este simula a un anillo circular real. En esta figura el reticulado es triangular y dentro de cada triángulo la variación de potencial se aproxima mediante ecuaciones. Para el caso analizado en este proyecto la variación es lineal, ya que se trabaja dentro del límite elástico del material.

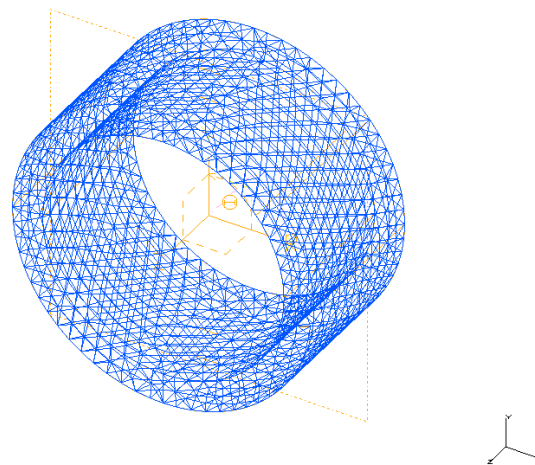


Figura 1.6: Mallado sobre anillo circular.

En síntesis, este modelo se basa en el modelado discreto de una estructura formada por nodos, conectados entre sí por elementos, los que poseen seis grados de libertad (tres de traslación y tres de rotación); luego se somete a este sistema a un sistema de cargas que simulan las acciones reales a que son sometidos.

1.5.2 Modelo Discreto.

El modelado consiste en simular la estructura mediante formas geométricas simples como rectángulos, triángulos, rombos etc. (**Figura 1.7**) y aplicar sobre estos la teoría clásica de cálculo en las que se consideran las condiciones de contorno y equilibrio entre nodos. En cada elemento finito se plantea la matriz de rigidez, la cual relaciona las fuerzas con las deformaciones.

Un modelo con mayor cantidad de nodos se acerca más al modelo real, pero aumenta el tiempo de simulación. También es posible efectuar un mallado con mayor cantidad de nodos en las zonas donde uno prevea que existirán las mayores deformaciones sin perder precisión y acortando los tiempos de simulación. La longitud del mallado depende de las condiciones de contorno, y se deberán tener en cuenta los gradientes de potencial; a mayor gradiente de potencial el mallado deberá ser más fino.

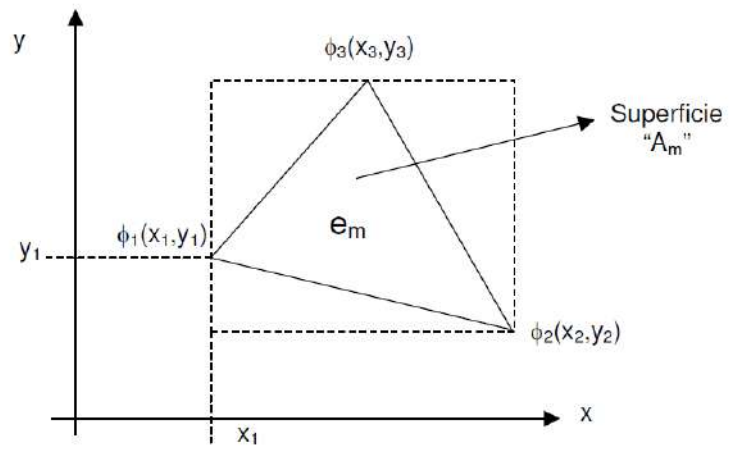


Figura 1.7: Modelo triangular de FEM.

A_m : superficie del elemento m .
 Φ_i : potencial en el nodo i .
 e_m : elemento finito m .
 x_i, y_i : coordenadas del nodo i .

2 Descripción y Análisis de los Elementos Deformables.

En esta sección se presenta un análisis detallado de los elementos deformables, de manera de describir el comportamiento de los mismos; básicamente se analizan deformaciones, desplazamientos y rigidez. Se someten a los anillos a esfuerzos estáticos que simulan las condiciones durante los procesos de mecanizado, se analiza la variación de deformación sobre las superficies y los desplazamientos sufridos. A partir de estos datos se definen zonas de pegado de los SG como también los valores de rigidez de los anillos para cada dirección de aplicación de fuerza.

Se analiza primeramente a los anillos circulares, y cómo, a partir de esta geometría, se llega a la geometría de los anillos octogonales. Este tipo de geometrías ya fueron presentadas en otras publicaciones. Los anillos circulares y octogonales se presentaron en la publicación [5], aunque el diseño del anillo octogonal fue presentado primeramente en el MIT [6].

2.1 Anillo Circular.

Para medir de manera independiente las fuerzas verticales (eje Y) y las fuerzas horizontales (eje X y eje Z) se uso primeramente a los anillos circulares, ya que estos poseen una muy buena sensibilidad cruzada, además de que esta es una geometría sencilla para analizar y más sencilla su construcción. De manera independiente se le aplicó fuerzas en estas direcciones y se evaluó la deformación sufrida sobre el largo de la superficie interna y externa, además de esto se evaluó la rigidez. Como base, en cuanto a las dimensiones primeramente utilizadas para los anillos, se tomaron las dimensiones utilizadas en otros trabajos como en los de la publicación [1].

La publicación [5] presenta ecuaciones de deformación en la horizontal del anillo y a los $50,4^\circ$ de la horizontal, estas ecuaciones dan un valor único de deformación tanto para la cara interna como para la cara externa del anillo. Esto se debe a que se considera al anillo lo suficientemente delgado como para aceptar que estos valores de deformación sean prácticamente iguales. Aprovechando la potencialidad del software llegamos a obtener resultados que difieren a los de esta publicación, como se verá en la siguiente sección.

La **Figura 2.1** muestra la geometría del anillo circular; los ángulos a los que posteriormente se hacen referencia responden a lo siguiente: el eje de giro es el vector Z con ángulos positivos en sentido anti-horario y el cero grado coincide con el vector X positivo.

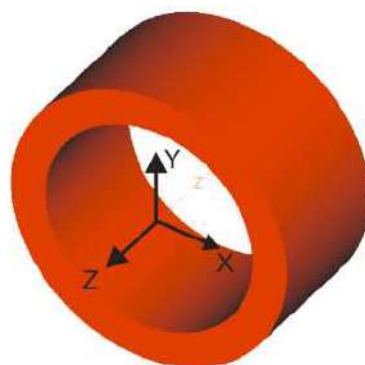


Figura 2.1: Geometría del anillo circular.

La **Figura 2.2** muestra las condiciones de contorno a la que los anillos son sometidos, en la parte inferior de los anillos se puede ver el empotramiento y en la parte superior se observan las fuerzas aplicadas, fuerza vertical y fuerza horizontal (en X). Las fuerzas se aplicaron de manera independiente. El hecho de que las

fuerzas se apliquen por separado es para diferenciar el comportamiento del anillo de acuerdo a cada dirección de aplicación de una fuerza. El **Apéndice A** muestra en detalle los resultados de las simulaciones.

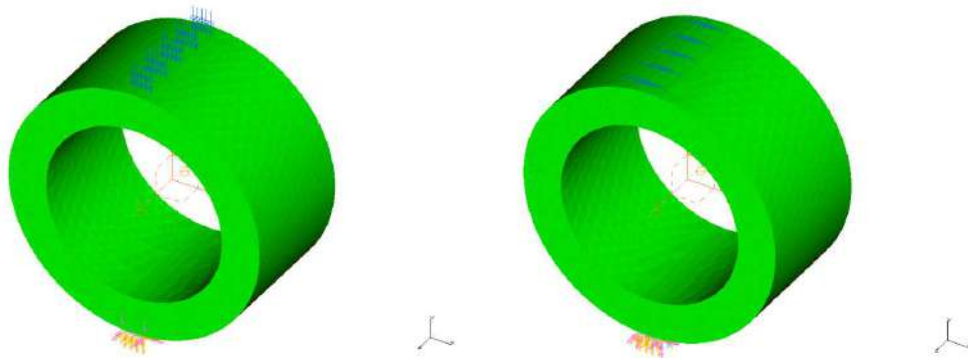


Figura 2.2: Anillos circulares sometidos a esfuerzos, vertical y horizontal respectivamente. Imágenes obtenidas del Software I-DEAS 11.

De los resultados obtenidos se tiene que las máximas deformaciones para la fuerza horizontal (X positivo) se sitúan entre los 30° y 40° con una variación del 3% entre estos puntos. En cuanto a la fuerza vertical las máximas deformaciones ocurren a los 0° y 180°, y en las franjas de -10° a 10° y 170° a 190° las variaciones de tensiones también rondan el 3%. Este es un resultado importante puesto que permite definir el radio del anillo en función del tamaño del strain gauge con estas zonas de máxima deformación. Es decir, se hace coincidir la longitud del SG con el arco que cubre esa variación de deformaciones. Esto es válido ya que del SG se obtiene un promedio de deformación, o sea, que el SG no mide de manera puntual la deformación si no que lo hace a través del largo de la grilla.

2.1.1 Fórmulas de Deformación.

Como resultado principal, a través de análisis matemáticos, análisis geométricos y análisis dimensional, se establecieron fórmulas que relacionan la deformación de los anillos con la respectiva fuerza aplicada.

Los resultados de las simulaciones mostraron que las deformaciones producidas en estos anillos diferían tanto de los valores calculados por estas ecuaciones, como también tanto en su cara interna y externa. Lo que motivo a un replanteo de este sistema de ecuaciones.

Utilizando análisis dimensional y análisis matemático se llegó a una ecuación genérica de deformación para el anillo circular, ecuación (6):

$$\varepsilon = k \cdot \frac{F \cdot r}{E \cdot b \cdot t^2} \quad (6)$$

F : fuerza vertical o fuerza horizontal.

r : radio, tanto interno como externo.

b : ancho del anillo, o profundidad.

t : espesor.

E : módulo de elasticidad.

k : constante adimensional, y varía de acuerdo a si trabajamos la fuerza vertical/horizontal y con la cara interna/externa.

La **Figura 2.3** muestra los parámetros mencionados en la ecuación (6).

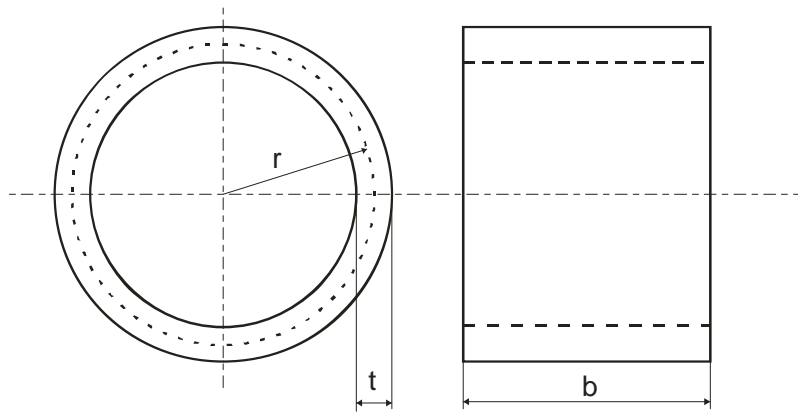


Figura 2.3: Parámetros geométricos del anillo circular.

La ventaja de definir una ecuación para cada cara, es que nos aproximamos al valor que deberíamos medir con los strain gauges, a diferencia de la ecuación de la publicación [5] en la que arroja el mismo valor tanto para la cara interna como para la cara externa.

Si bien a través del software tenemos el valor de deformación sobre cada punto del anillo, parecería que no tendría sentido el desarrollo de ecuaciones que den el valor de deformación. El hecho consiste en dimensionar al anillo para que cumpla con determinadas características, y es a partir de las ecuaciones que dimensionamos al anillo para tal fin. Reduciendo en un número importante el número de iteraciones hasta obtener los resultados deseados.

A continuación mostramos las ecuaciones halladas, para la dirección vertical y la dirección a 50° de la horizontal. El **Apéndice A** muestra como se hallaron los valores de las constantes como así también los ángulos en consideración.

Dirección Vertical

Estas ecuaciones dan la deformación máxima debido a una fuerza vertical, que ocurre en el eje horizontal del anillo.

Deformación en 0° y 180° sobre la cara externa (ϵ_e) e interna (ϵ_i), ecuación (7) y (8) respectivamente.

$$\epsilon_e = 0,56 \cdot \frac{F_v \cdot r_e}{E \cdot b \cdot t^2} \quad (7)$$

$$\epsilon_i = 1,29 \cdot \frac{F_v \cdot r_i}{E \cdot b \cdot t^2} \quad (8)$$

donde r_e = radio externo y r_i = radio interno

Comparando estas ecuaciones con la ecuación dada por la publicación [5] y que se presenta a continuación

$\epsilon_v = 1,09 \cdot \frac{F \cdot r}{E \cdot b \cdot t^2}$ donde r es el radio medio y la deformación es tanto para la cara interna como para la cara externa. Vemos que tomando el promedio de los valores de las constantes hallados para las ecuaciones (7) y (8) se tiene un valor de constante de 0,91. A diferencia del valor 1,09 de esta otra ecuación, difiriendo en un 17%.

La ventaja de establecer dos ecuaciones es que uno se aproxima al valor de deformación que la superficie interna o externa tiene y no hacer simplemente una aproximación por considerar al anillo como delgado.

Dirección 50° de la horizontal

Las deformaciones provocadas por una fuerza horizontal en la zona de mínima interferencia con la fuerza vertical ocurren a los 48,9° y 50,7° sobre la cara interna y externa respectivamente.

Cara externa

$$\varepsilon_e = 1,49 \cdot \frac{F_h \cdot r_e}{E \cdot b \cdot t^2} \tag{9}$$

Cara interna

$$\varepsilon_i = 0,89 \cdot \frac{F_h \cdot r_i}{E \cdot b \cdot t^2} \tag{10}$$

Donde r_e = radio externo y r_i = radio interno

Aquí también se obtuvieron dos ecuaciones que dan el valor de la deformación, si comparamos estas ecuaciones con la ecuación dada por la publicación [5], que presenta una única ecuación para la deformación a los 50,4° y es la siguiente

$$\varepsilon_{50,4^\circ} = 2,31 \cdot \frac{F \cdot r}{E \cdot b \cdot t^2} \text{ donde } r \text{ es el radio medio y la deformación es para ambas caras.}$$

Aquí también, si uno toma el promedio de los valores de las constantes hallados para las ecuaciones (9) y (10) se tiene un valor de constante de 1,19, el que difiere en casi dos veces de 2,31. Nuevamente remarcamos, que la ventaja de establecer dos ecuaciones es que uno se aproxima al valor de deformación sobre la superficie interna o externa.

2.1.2 Análisis de la Rigidez.

La rigidez de los anillos se calculó en base a la fórmula fuerza sobre desplazamiento. Para la fuerza en la dirección horizontal en X se tomo el máximo desplazamiento en esa dirección y lo mismo se hizo para las demás direcciones. A continuación se muestran la **Tabla 2.1** con los cálculos de rigidez para los distintos anillos ensayados. Todos los anillos poseen un diámetro externo de 20mm y un ancho b de 20mm, con un espesor t de 4mm, 5mm y 6mm para el anillo 1, 2 y 3 respectivamente

		Fuerza Vertical 1000N	Fuerza Horizontal 1000N	Fuerza en Z 1000N
Anillo 1	Max despl. [mm]	3,87E ^{-0,2}	3,73E ^{-0,1}	1,76E ⁻⁰¹
	Rigidez [N/μm]	25,84	2,68	5,68
Anillo 2	Max despl. [mm]	1,93E ^{-0,2}	2,37E ^{-0,1}	1,01E ⁻⁰¹
	Rigidez [N/μm]	51,81	4,22	9,90
Anillo 3	Max despl. [mm]	1,1E ^{-0,2}	1,82E ^{-0,1}	6,68E ⁻⁰²
	Rigidez [N/μm]	90,91	5,49	14,97

Tabla 2.1: Cálculo de rigidez sobre los anillos circulares simulados.

A medida que el anillo aumenta su espesor (o disminuye el diámetro interno) el valor de rigidez aumenta, para todas las direcciones. Pero el incremento no es el mismo para cada dirección, claramente se observa en el **Gráfico 2.1**, para un valor de fuerza de 1000N, que a medida que el espesor del anillo crece el incremento de la rigidez en la dirección Y es más pronunciado que en las restantes direcciones. Entre los 4mm y los 6mm la rigidez en la dirección Y crece en más del 250%, en la dirección Z crece en más del 160% y en la dirección X en poco más del 100%.

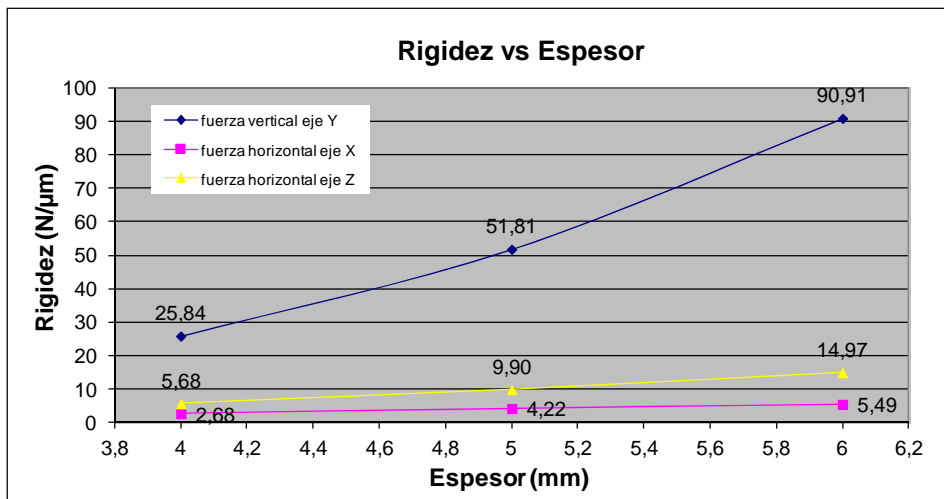


Gráfico 2.1: Variación de la rigidez del anillo en función del espesor.

2.1.3 Conclusiones sobre el Anillo Circular.

El anillo circular presenta la ventaja de poseer una elevada sensibilidad cruzada, además de ser una geometría muy sencilla tanto para su análisis como para su construcción, la desventaja es que este diseño de anillo presenta una rigidez muy baja en la dirección horizontal. Uno de los principales inconvenientes para esta geometría es la poca superficie de sujeción. La manera de mejorar la sujeción es incrementando esta superficie, así es como se llega al diseño del anillo octogonal, la que por sus caras planas mejora la sujeción, a la vez que aumenta considerablemente la rigidez en todas sus direcciones. En la siguiente sección se muestran los resultados de análisis sobre este anillo.

2.2 Anillo Octogonal.

Debido a los resultados obtenidos con los anillos circulares se debió pensar en una nueva geometría de anillo, una geometría que mejore significativamente en cuanto a los valores de rigidez sin comprometer el tamaño. Se muestra a continuación un estudio detallado sobre el comportamiento de los anillos octogonales.

La **Figura 2.4** muestra la geometría del anillo octogonal; los ángulos a los que posteriormente se hacen referencia responden a lo siguiente: el eje de giro es el vector Z con ángulos positivos en sentido anti-horario y el cero grado coincide con el plano X-Z con X positivo (**Figura 2.5**).

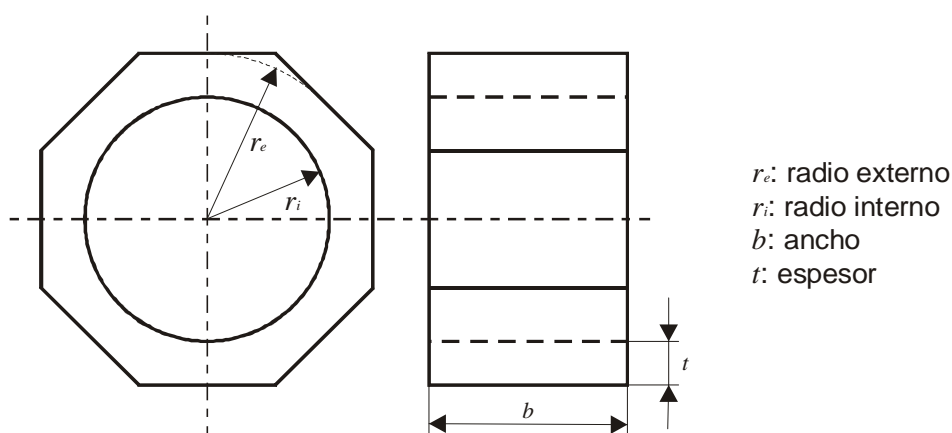


Figura 2.4: Geometría del anillo octogonal.

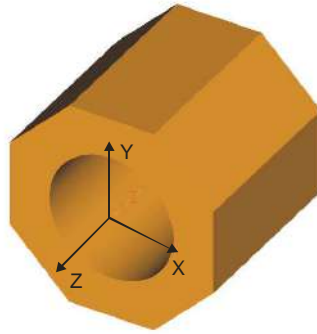


Figura 2.5: Sistema de coordenadas en referencia al octógono.

El estudio se centra en determinar las deformaciones producidas sobre las caras del anillo y además, analizar la rigidez en las direcciones X, Y y Z. La **Figura 2.6** muestra las condiciones de contorno, para una fuerza vertical y una fuerza horizontal respectivamente.

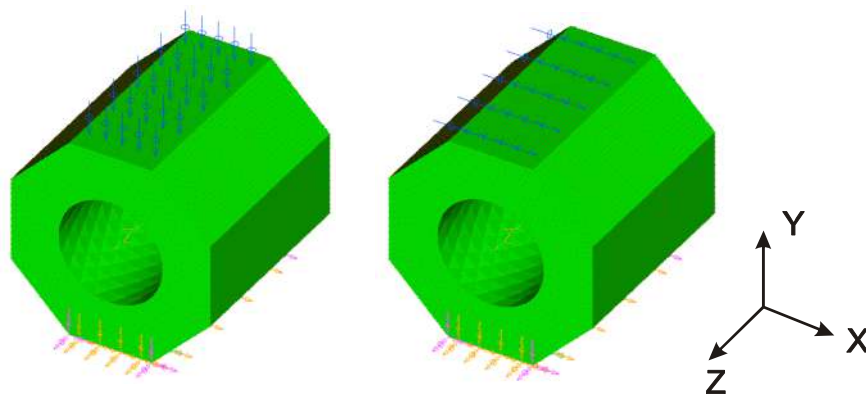


Figura 2.6: Condiciones de contorno para una fuerza vertical y una fuerza horizontal.

2.2.1 Dimensiones del Anillo Octogonal.

La publicación [5] cuenta con ecuaciones que dan aproximaciones a los desplazamientos que sufren los octógonos cuando son sometidos a esfuerzos, y según lo manifiesta el autor, estas ecuaciones no son confiables en la práctica y sólo el 1/2 o 1/3 de la rigidez teórica es la que se obtiene. Haremos entonces una primera aproximación, a partir de estas ecuaciones, a los parámetros que deseamos del anillo octogonal. Establecemos un valor de rigidez a cumplir, y ya que hasta el momento no se cuenta con ningún análisis de deformación sobre las caras de los octógonos usaremos como aproximación los análisis de deformación efectuados sobre los anillos circulares; considerando que el espesor de los octógonos es lo suficientemente pequeño como para hacer esta aproximación.

Los parámetros básicos a definir en el octógono son el diámetro externo d_e , el espesor t y el ancho b . Como parámetro a cumplir deseamos una rigidez en la dirección horizontal de $50N/\mu m$. Tomamos esta dirección por ser la dirección de menor rigidez. Considerando además, los análisis de los anillos circulares, existe una zona de aproximadamente 12° en la que las variaciones de deformación no superan el 3%, podemos definir así una zona donde podemos colocar el SG y cuya longitud de grilla abarque esa zona, de acuerdo a esto podemos conseguir el diámetro externo del anillo, siendo este el radio mínimo en el cual se maximiza la zona de deformación donde se colocará el strain gauge.

Tomamos una longitud de 3,5mm para el SG coincidente con el arco de círculo s ; elegimos esta longitud porque es la que poseen los SG que se encuentran en la facultad, aunque hay SG del orden de los 0,2mm para este tipo de aplicación.

$$s = r_e \cdot \alpha \rightarrow r_e = \frac{s}{\alpha} = \frac{3,5mm \cdot 180}{12 \cdot \pi} = 16,71mm$$

Este es el radio externo que debiera poseer un anillo circular para que la zona de deformación del 3% no supere un arco de círculo los 3,5mm.

Para calcular el espesor t utilizamos la ecuación (11) de la publicación [5], de desplazamiento horizontal para anillos octogonales, suponiendo una rigidez deseada para esa dirección de $50N/\mu m$.

$$\delta_h \approx 3,7 \cdot \frac{F_h \cdot r^3}{E \cdot b \cdot t^3} \quad (11)$$

Despejamos el valor del espesor t .

$$\delta_h \approx 3,7 \cdot \frac{F_h \cdot r^3}{E \cdot b \cdot t^3} \rightarrow R_h = \frac{\delta_h}{F_h} \approx \frac{3,7 \cdot r^3}{E \cdot b \cdot t^3} \rightarrow 50 \frac{N}{\mu m} \approx \frac{3,7 \cdot 16,71^3 \cdot mm^3}{2,068E^8 \cdot 20mm \cdot t^3} \rightarrow t \approx 4,37mm$$

de acuerdo a esto las dimensiones del anillo son:

Ancho (b)= 20mm.

Radio externo (r_e)= 16,71mm.

Radio interno (r_i)= 12,31mm.

Espesor (t)= 4,4mm.

De las simulaciones sobre este anillo se obtuvo una rigidez horizontal de $18,38N/\mu m$, cuando en realidad el anillo fue dimensionado para cumplir con una rigidez de $50N/\mu m$, correspondiéndose con la relación de $1/3$ menos del valor calculado establecida por el autor de la ecuación.

Como hemos visto, la ecuación utilizada es una aproximación, y se aleja bastante de los resultados obtenidos en los ensayos reales. Además no contamos con un análisis de las deformaciones sufridas sobre las caras de los octógonos. Esto nos lleva a hacer un estudio en este sentido sobre los anillos octogonales.

2.2.2 Análisis de Deformación.

En esta sección se analizan anillos octogonales de diferentes dimensiones y se arriban a resultados que muestran como varia la deformación sobre las caras de los octógonos. Debido a los problemas de sujeción que presentaron trabajos como los de la publicación [1] y [7], en donde los anillo poseen un ancho b no superior a los 20mm se decidió analizar la deformación y rigidez en anillos de diferente ancho (20mm, 25mm y 30mm), manteniéndose constantes los demás parámetros como el espesor de 4,4mm, el radio interno de 12,31mm y el radio externo de 16,71mm. Estas dimensiones surgen de la primera aproximación realizada en la sección anterior.

De acuerdo a anteriores trabajos de tesis [7] en el que se utilizaron octógonos de 18mm de ancho y sobre los que no pueden ser colocados pernos de fijación debido al poco espacio que estos poseen para la sujeción, aquí se consideró la posibilidad de colocar sobre los octógonos pernos de fijación y evitar de esta manera los problemas de sujeción que estos presentaron. Esto hace que deba incrementarse el ancho b del anillo a no menos de 25mm. Otro trabajo como el de la publicación [1] modifíco este ancho de 20mm a 30mm con respecto a trabajos realizados por ellos mismos, acusando este tipo de problemas.

Esto además podría traer aparejado problemas de vibración; y mejorando la sujeción disminuimos esa probabilidad.

Análisis de deformación sobre las caras verticales de los anillos

El **Gráfico 2.2** muestra las variaciones de deformación sobre una de las caras verticales, cuando los anillos son sometidos, de manera independiente, a fuerzas en las direcciones horizontal y vertical. Para la fuerza vertical las deformaciones son iguales sobre ambas caras verticales, para la fuerza horizontal las deformaciones tienen simetría sobre el eje X. Aquí se muestran los resultados sobre la cara derecha, sobre el eje X positivo.

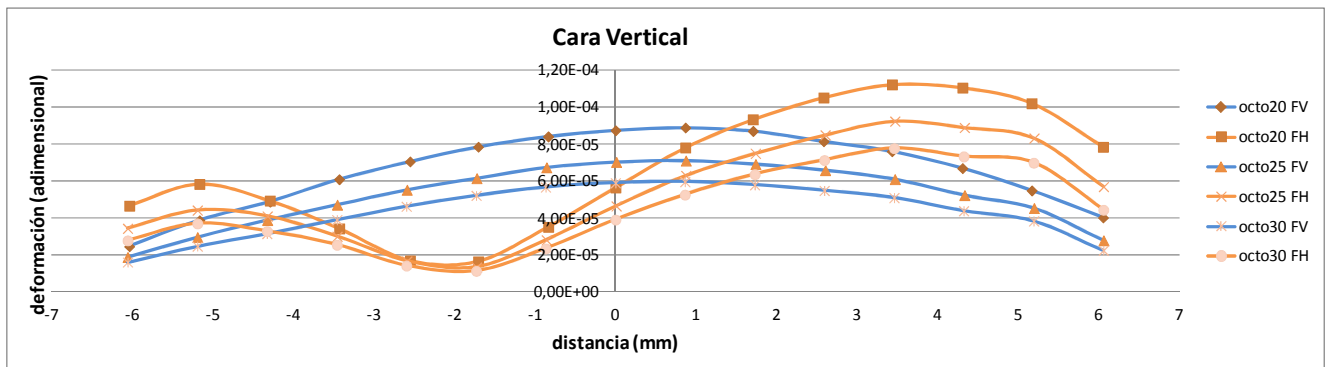


Gráfico 2.2: Variación de deformación a lo largo de la cara vertical del octógono.

Como puede verse en la figura en el **Gráfico 2.2**, donde vemos la deformación en función de la longitud de la cara vertical con el cero ubicado en el centro, las zonas donde las deformaciones causadas por las distintas fuerzas presentan la misma deformación, por lo que puede decirse que la sensibilidad cruzada es mala en esos puntos. En diseños de dinamómetros se ha experimentado colocando strain gauges en las caras verticales sobre el punto medio (0), y se ha obtenido una buena sensibilidad cruzada, esto se debe a que se utilizaron más de un strain gauge, y en caras contrapuestas, y a que la simetría de deformación influyó a que los efectos se anulen. Teniéndose compresión de un lado y tracción del otro. Otra cosa interesante a notar es que a medida de que el ancho aumenta las deformaciones son de menor magnitud, la rigidez aumenta, pero la sensibilidad cruzada empeora, se ve en el gráfico que si se coloca el SG justo en el centro de la cara vertical la diferencia de deformación provocada entre las fuerzas es en el anillo de 20mm de ancho de aproximadamente un 50% mayor que en el anillo de 30mm de ancho.

Análisis sobre las caras inclinadas de los anillos.

Para cada una de las caras inclinadas se tiene una variación de deformación similar al del **Gráfico 2.3**, el cual muestra las deformaciones sobre la cara inclinada superior derecha, donde la distancia se mide desde la arista superior de la cara hacia la arista inferior. Por condiciones de simetría, este patrón de deformaciones es el mismo al de la cara inclinada inferior izquierda.

Aquí, al igual que en el caso de la cara vertical, claramente se ve que el anillo de 20 mm de ancho posee una mejor sensibilidad cruzada que el anillo de 30mm, o sea, la diferencia de deformación que hay entre la que provoca la fuerza vertical con la fuerza horizontal es mayor en este anillo.

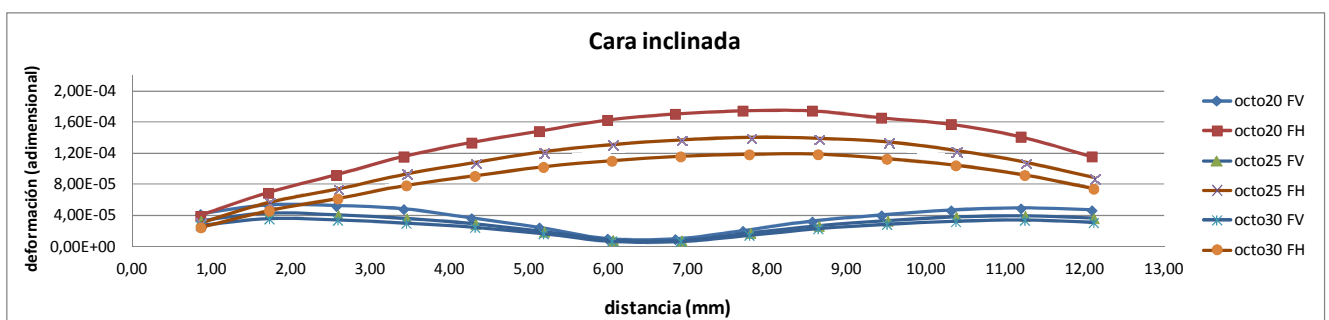


Gráfico 2.3: Variación de deformación a lo largo de la cara inclinada del octógono.

2.2.3 Zona de pegado del Strain Gauge.

De manera de poder diferenciar las direcciones de aplicación de las fuerzas se deben ubicar sobre las caras los SG en las zonas más apropiadas para tal fin. Todas las referencias estudiadas de los diferentes autores muestran que la zona a colocar los SG es a la mitad de la cara de los octógonos, tanto la vertical como la inclinada, ya que lo que se pretende es medir la máxima deformación para determinada dirección; aunque los resultados aquí encontrados muestran que este no es el lugar de mínima interferencia de las fuerzas.

De los octógonos ensayados anteriormente, cada cara tiene 13,85mm de lado y analizando la cara inclinada vemos que las deformaciones se hacen mínimas a los 6,5mm cuando la fuerza es vertical y se hacen máximas a los 8,2mm cuando la fuerza es horizontal. Si colocamos los SG a los 6,5mm, o 3% de la longitud de la cara por encima de la línea media, no estaremos midiendo la máxima fuerza en la dirección horizontal pero la interferencia de la fuerza vertical será la mínima. Esto define la zona de pegado del strain gauge, en el cual se puede evaluar la fuerza en la dirección horizontal con una mínima interferencia de la fuerza vertical. Ver **Figura 2.7**.

En cuanto a la cara vertical tenemos que las máximas deformaciones ocurren entre los 0,8mm y 1mm si la fuerza es vertical y las deformaciones son mínimas en los -2,1mm si la fuerza es horizontal. Colocando el SG en los -2,1mm podremos medir la fuerza vertical con una mínima interferencia de la fuerza horizontal. Ver que la deformación causada por una fuerza horizontal ocurre sobre el mismo punto en cada anillo y que además la diferencia con la deformación causada por una fuerza vertical es máxima, esto hace que este punto sea el más idóneo para colocar el SG. Los 2,1mm representan un 15,17% de la longitud de la cara del octógono, el cual deberá tenerse en cuenta para octógonos en los que la longitud de la cara sea diferente. Ver **Figura 2.7**.

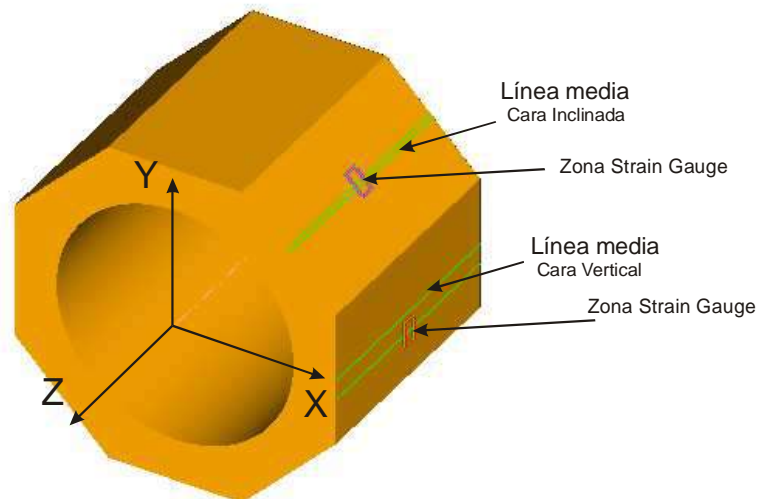


Figura 2.7: Zona de pegado de los strain gauges sobre la cara inclinada y vertical.

Una de las preguntas que surge es, si se invierte el sentido de la fuerza aplicada, en el punto de -2,1mm en la cara vertical ¿estaríamos midiendo ahora con mayor proporción la fuerza horizontal y no la fuerza vertical? La respuesta es sí. Pero este dispositivo se diseña para medir fuerzas para un solo sentido, por lo que este es el lugar adecuado a nuestro modelo, para medir los esfuerzos. Debemos notar, que con este análisis obtenemos un resultado válido si medimos con un solo SG. En los casos en que usemos SG sobre caras opuestas, puede presentarse el caso en que midamos no con la mínima interferencia. Por lo que debe prestarse especial atención en estos casos.

2.2.4 Ecuaciones de Desplazamiento.

En esta sección se presentan las ecuaciones de desplazamiento del anillo octogonal. Al igual que en el caso de los anillos circulares, estas ecuaciones surgen de análisis geométricos, análisis matemático y de análisis dimensional. Tal como se explicara en la sección anterior, es de mucha importancia obtener ecuaciones que describan el comportamiento de los octógonos. Mediante el software se obtiene el resultado para cada punto del espacio del sistema a evaluar, pero eso no implica que el modelo que se esté evaluando sea el más

adecuado en cuanto a las prestaciones. El operador debería incurrir en varias decenas de simulaciones para llegar a un resultado meramente próximo al adecuado. Lo que demanda una gran cantidad de tiempo en simulaciones, además de ser innecesario.

Estas ecuaciones brindan el desplazamiento máximo del anillo para las direcciones de aplicación de los esfuerzos. Y siguen la siguiente ecuación general

$$\delta_i = k_i \cdot \frac{F_i \cdot r_e^3}{E \cdot b \cdot t^3} \quad (12)$$

El subíndice i indica la dirección en estudio y la constante k_i además depende de r , b y t . Para fines prácticos aquí se hizo una simplificación y se aproximó el valor de estas constantes para el rango de dimensiones que aquí se utiliza. Este rango comprende radios externos inferiores a 25mm y ancho b entre 18mm y 30mm, y espesor t no debe superar las 3/4 partes del radio externo.

Los valores de las constantes fueron halladas mediante el software y se utilizó el mismo procedimiento que en el caso de las ecuaciones de los anillos circulares. Ver **Apéndice A**.

Para la dirección vertical se obtuvo la constante k_i de 0,78.

$$\delta_y = 0,78 \cdot \frac{F_y \cdot r_e^3}{E \cdot b \cdot t^3} \quad (13)$$

Donde r_e = radio externo.

Para la dirección horizontal se obtuvo el valor de constante k_i de 6,4.

$$\delta_x = 6,4 \cdot \frac{F_x \cdot r_e^3}{E \cdot b \cdot t^3} \quad (14)$$

Donde r_e = radio externo.

Si comparamos la ecuación (11) (de la publicación) con la ecuación (14) vemos una diferencia importante en el valor de la constante, y que hay una diferencia del 58%, correspondiéndose con el valor de entre 1/3 o 1/2 del valor real que se obtiene ya establecido por el autor. Para el caso de la ecuación en la dirección vertical la publicación define $\delta_y = \frac{F_y \cdot r_e^3}{E \cdot b \cdot t^3}$, en este caso, el valor de la constante de la ecuación (13) está por debajo del valor 1.

2.2.5 Ecuaciones de Rigidez.

A partir de las ecuaciones (12) y (13) despejamos y calculamos la rigidez, haciendo el cociente entre fuerza y desplazamiento, las ecuaciones son las siguientes. La rigidez deseada para cada anillo octogonal se puede calcular mediante estas ecuaciones.

$$R_x = \frac{F_x}{\delta_x} = \frac{E \cdot b \cdot t^3}{6,4 \cdot r_e^3} \quad (15)$$

$$R_y = \frac{F_y}{\delta_y} = \frac{E \cdot b \cdot t^3}{0,78 \cdot r_e^3} \quad (16)$$

2.2.6 Ecuación de Deformación y su Relación con el Desplazamiento.

En esta sección mostramos una ecuación que nos da el valor de deformación sobre la cara inclinada del octógono y otra ecuación que la relaciona con la ecuación (14) del desplazamiento del octógono. Este es un resultado muy importante porque nos permite dimensionar a los octógonos para cumplir con determinada rigidez y predecir el valor de deformación sobre la cara a colocar el strain gauge.

Ecuación de deformación sobre la cara inclinada.

Utilizando la misma metodología de desarrollo de ecuaciones, se halló una ecuación de deformación para la cara inclinada del octógono cuando es sometido a una fuerza horizontal. Cuya forma genérica es coincidente a la ecuación [6]; hallando el valor de la constante k , tenemos las deformaciones sufridas en la zona de mínima interferencia para la cara inclinada (sección 2.2.3). Solamente exponemos la ecuación para la dirección horizontal por tener menor valor de rigidez que en la dirección vertical

Si aplicamos una fuerza horizontal con sentido X positivo sobre la cara horizontal superior (con un empotramiento sobre la cara horizontal inferior), en la cara b tendremos deformación de compresión y sobre la cara a tendremos tracción, ambas de igual magnitud, ver **Figura 2.8**.

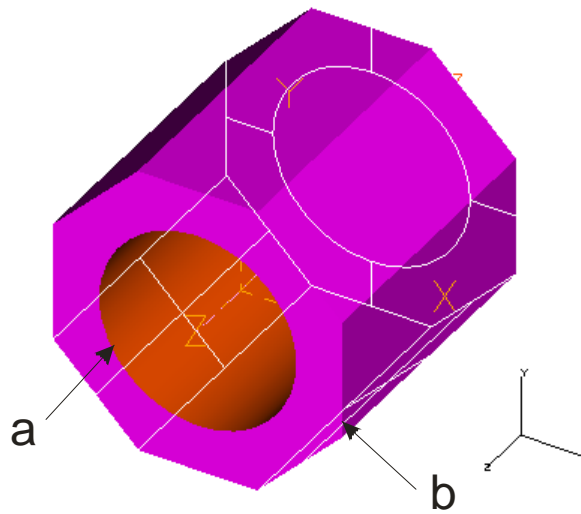


Figura 2.8: Caras a y b del octógono sobre las que se midieron las deformaciones.

El valor de la deformación sobre la cara inclinada está dada por la **Ecuación (17)**, que representa tanto al esfuerzo de compresión como de tracción, por poseer simetría las deformaciones sobre el octógono.

$$\varepsilon_x = 0,94 \cdot \frac{F_x \cdot r}{E \cdot b \cdot t^2} \quad (17)$$

Relación entre desplazamiento y deformación.

Debido a que se está trabajando con anillos de dimensiones muy reducidas podemos decir que, según muestra la **Figura 2.9**, la distancia desde el centro del octógono hasta el punto de mínima interferencia entre fuerzas sobre la cara del octógono es aproximadamente igual al radio externo del octógono. Tomando las deformaciones que ocurren en la zona de mínima interferencia de fuerzas (zona de pegado del SG) podemos relacionar las deformaciones sufridas con el desplazamiento del anillo. Así, utilizando las ecuaciones (14) y (17), tenemos

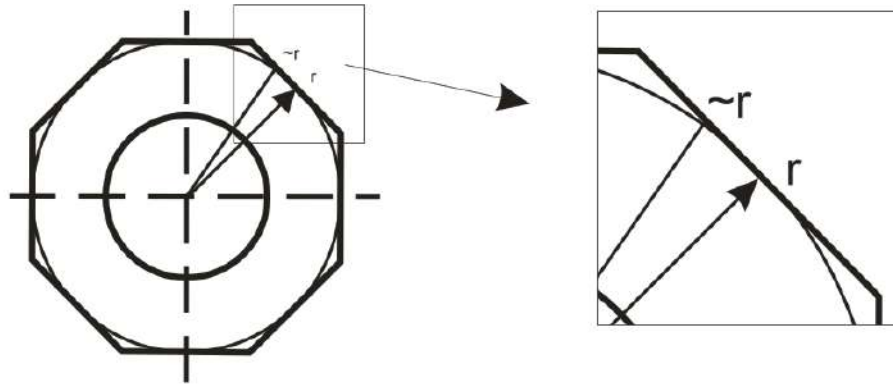


Figura 2.9: Aproximación de la distancia del punto de mínima interferencia al radio externo del octógono.

$$\delta_x = 6,40 \cdot \frac{F_x \cdot r_e^3}{E \cdot b \cdot t^3} = 6,40 \cdot \frac{F_x \cdot r_e}{E \cdot b \cdot t^2} \cdot \frac{0,94 r_e^2}{0,94 t} = 6,81 \cdot \varepsilon_x \cdot \frac{r_e^2}{t}$$

$$\delta_x = 6,81 \cdot \varepsilon_x \cdot \frac{r_e^2}{t} \tag{18}$$

Con la relación (18) podemos, para un valor dado de deformación estimar el desplazamiento. O para un valor dado de desplazamiento estimar el valor de deformación sobre la cara inclinada. Notar que dice relación y no ecuación. Por ejemplo, si el SG tiene un límite de deformación del 0,1% dimensionamos al anillo para que cumpla con un factor de esa deformación y de acuerdo a estas dimensiones calculamos el valor de desplazamiento mediante la relación (18). O dimensionamos al octógono para un valor de rigidez, calcular el valor de deformación sobre la cara del octógono.

3. Descripción del Dinamómetro.

Este tipo de dinamómetros consiste en la disposición de anillos octogonales, sobre los cuales se colocan los transductores (strain gauges) capaces de medir los esfuerzos y a su vez este dispositivo se conecta a un sistema de adquisición de datos para almacenar y procesar las mediciones. El dimensionado de los anillos dependerá de la geometría global del dinamómetro, de la cantidad de anillos a utilizar y de la disposición de los mismos para la medición de los esfuerzos.

Este tipo de instrumento está diseñado para la medición de los esfuerzos a los que se encuentran las herramientas durante los procesos de mecanizado, tales como el torneado, fresado y taladrado. Y se debe de poder distinguir las direcciones de estos esfuerzos.

Los dinamómetros de anillos octogonales presentado en trabajos como en [1] y [7] han presentado problemas tales como ser de grandes dimensiones, problemas de vibración; aunque los valores de sensibilidad cruzada son muy satisfactorios. En vista de los problemas aquí enumerados y por considerar de gran importancia la medición de las fuerzas durante los procesos de mecanizado se presenta un diseño de dinamómetro compacto que cumpla con las exigencias pretendidas.

En esta sección presentamos un diseño de un dinamómetro compuesto por dos octógonos. A diferencia de otros dinamómetros, ver referencia [1] y [3], aquí se llega a un diseño compacto de dinamómetro. Los resultados obtenidos en la sección 2.2 nos permiten dimensionar a los anillos octogonales de acuerdo a nuestras necesidades.

Expondremos las diferentes consideraciones a tener en cuenta para el diseño de un dinamómetro, tales como rigidez, condiciones de mecanizado y las propiedades dinámicas. Y como a partir de estas llegamos al diseño de un dinamómetro, exponiendo los diferentes resultados sobre las simulaciones y su desempeño ante las condiciones de contorno.

3.1 Consideraciones Generales.

Los factores más importantes al momento de diseñar este tipo de dispositivo son:

- Dimensiones, este instrumento ira colocado en la torreta porta-herramienta de un torno CNC.
- Rigidez, se requiere una rigidez necesaria para evitar vibraciones (causantes de una mala terminación superficial, rotura en el inserto o en su recubrimiento). Si la rigidez es baja puede causar variaciones en los parámetros de corte y causar errores dimensionales.
- Sensibilidad, a la vez de rígido, el dinamómetro debe poseer la sensibilidad como para captar las pequeñas deformaciones sufridas durante los procesos de mecanizado.
- Sensibilidad cruzada, el dinamómetro debe medir fuerzas en tres direcciones, por lo que es necesario que distinga las componentes de dirección de una fuerza orientada en el espacio.
- Tipos de material a mecanizar.
- Condiciones de corte.

En cuanto al material seleccionado para utilizar en el dinamómetro se tuvieron en cuenta factores como corrosión, conductividad del calor, dureza, elasticidad y frecuencia natural. De acuerdo a estas consideraciones y por tener un alto valor de resistencia a la fluencia, el material seleccionado es acero AISI 4140.

3.2 Exigencias de Mecanizado.

Los procesos de mecanizado varían de acuerdo a las exigencias de acabado superficial y del tipo de material. Por lo que las condiciones de corte variarán de manera significativa. Las tolerancias dimensionales están dadas en gran medida por la rigidez de las herramientas de corte, es decir, que para determinada velocidad de

avance y determinada fuerza de corte tendremos una rigidez mínima a cumplir para que el proceso de mecanizado no interfiera con las medidas de la pieza de trabajo.

Claro está, que a medida en que el dinamómetro es más rígido la interferencia en el proceso de mecanizado disminuye, pero surgen otros problemas; un dinamómetro demasiado rígido no puede captar las mediciones por medio de los SG.

De acuerdo a esto se calculan para diferentes tipos de materiales, y para diferentes condiciones de mecanizado, las fuerzas de corte a la que son sometidos. De esta manera definimos el rango de fuerzas que se pretendemos medir. Por medio de la ecuación siguiente, y estimando la fuerza de avance en un 80% de la fuerza de corte armamos la **Tabla 3.1**.

$$u_i = \frac{F_c}{a_p \cdot f_n}$$

$$F_a = F_c \cdot 80\%$$

u_i : Energía específica [Ws/mm³]

F_c : Fuerza de corte [N]

a_p : Avance [mm]

f_n : Velocidad de avance [mm/rev]

F_a : Fuerza de avance [N]

La siguiente tabla muestra los cálculos de las fuerzas de corte.

	Energía Específica *	Parámetros de Corte			
Material	Li - Ls [Ws/mm ³]	a_p [mm]	f_n [mm/rev]	F_c [N]	F_a [N]
fundición gris	1,6 - 5,5	1	0,2	320 - 1100	256 - 880
Aceros	2,7 - 9,3	1	0,2	540 - 1860	432 - 1488
Aleaciones de Níquel	4,9 - 6,8	1	0,2	980 - 1360	784 - 1088

Tabla 3.1: Esfuerzos de acuerdo a las condiciones de corte y tipo de material.

De la tabla anterior tenemos variaciones en la fuerza de corte que van desde un mínimo de 320N hasta un máximo de 1860N, la fuerza de avance variará desde 256N hasta 1488N.

3.3 Propiedades Dinámicas del Dinamómetro.

La frecuencia natural del dinamómetro debe ser como mínimo 4 veces la frecuencia del funcionamiento del torno [5]. La frecuencia del funcionamiento del torno se toma como la velocidad de rotación máxima a la que trabaja el torno CNC.

Para determinar la frecuencia natural del dinamómetro se utiliza la ecuación

$$f_d = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{K}{m}}$$

donde K es la rigidez y m es la masa del dinamómetro

Esto es válido si suponemos que el dinamómetro se comporta como una masa pequeña soportada por resortes, en este caso los anillos, pero esta suposición depende fuertemente de la disposición de los octógonos.

* Kalpakjian, Serowe. Manufacturing Engineering and Technology. Prentice Hall 2000.

4. Diseño del Dinamómetro.

Aquí presentamos un diseño de dinamómetro de compuesto de dos octógonos dispuestos de manera perpendicular. De acuerdo a trabajos anteriores [7], la rigidez en la dirección de corte de un dinamómetro, de poco más de $60\text{N}/\mu\text{m}$, no presentó interferencias apreciables en el proceso de mecanizado. A partir de esto adoptamos este valor como el mínimo valor de rigidez.

La **Figura 4.1** muestra como está formado el dinamómetro, llamemos octógono 1 al anillo que se coloca de manera de medir la fuerza de corte (dirección vertical, Y) con los SG colocados sobre una de las caras inclinadas, y llamemos octógono 2 al anillo que se coloca para medir los esfuerzos de empuje radial (dirección Z) con los SG sobre la cara inclinada del mismo, luego, los SG colocados sobre las caras horizontales (paralelas al plano Z-X) del octógono 1 miden los esfuerzos de empuje, en total utilizaremos 6 strain gauges. Los octógonos se encuentran fijados a una placa fija, que se sujeta a la torreta porta herramienta del torno CNC, y a una placa móvil a la cual se le sujeta el porta herramienta.

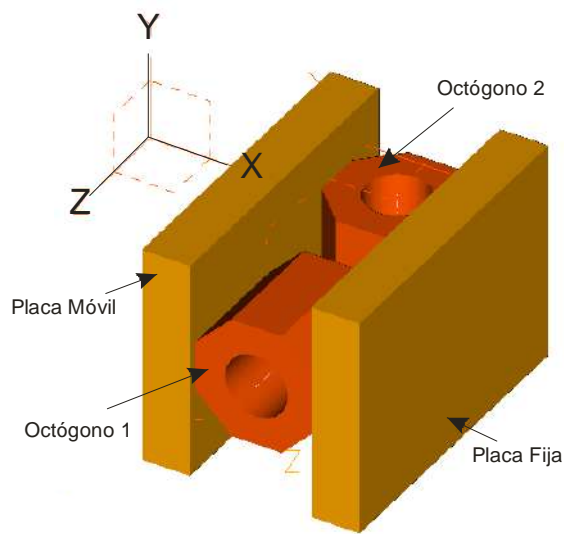


Figura 4. 1: Dinamómetro de dos octógonos.

En la **Figura 4.2** se puede apreciar al dinamómetro con el porta herramienta en un solo conjunto. Se muestran las direcciones de las fuerzas en cuestión, la fuerza de corte (F_c), la fuerza de avance (F_a) y la fuerza de empuje radial (F_e).

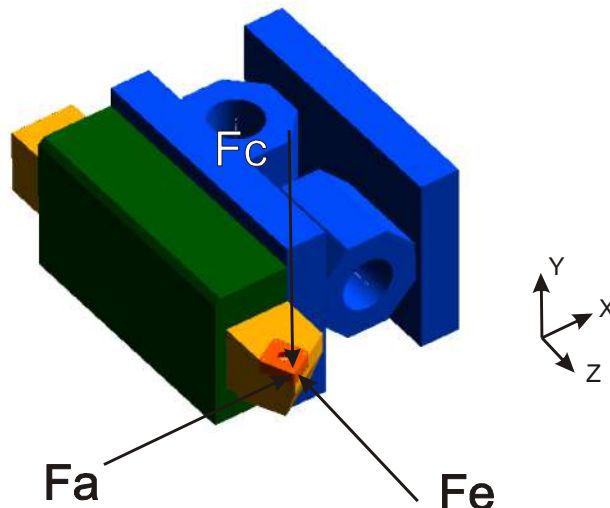


Figura 4. 2: Direcciones de las fuerzas en un proceso de mecanizado.

4.1 Dimensionado de los Anillos Octogonales.

El principal requisito del dinamómetro es que posea una rigidez en la dirección de corte no inferior a $60\text{N}/\mu\text{m}$, y dada la disposición de los octógonos en que el octógono 1 recibe el mayor valor de esfuerzo en la dirección vertical, dimensionamos a los anillos para que en esa dirección supere este valor. Se toma un ancho $b=25\text{mm}$, $r_e=12,5\text{mm}$ y $t=6\text{mm}$. Reemplazando estos valores en las ecuaciones (14) y (15) obtenemos los valores de rigidez. Para la dirección horizontal y vertical de $94,5\text{N}/\mu\text{m}$ y $734,42\text{N}/\mu\text{m}$ respectivamente.

Mediante simulación los valores de rigidez para este anillo resultaron:

dirección X

$$R_x=98\text{N}/\mu\text{m}$$

dirección Y

$$R_y=741\text{N}/\mu\text{m}$$

dirección Z

$$R_z=210\text{N}/\mu\text{m}$$

Como puede verse los valores de rigidez para la dirección X y Y difieren en menos del 4% de los valores calculados por las ecuaciones.

De acuerdo a los catálogos y para este tipo de aplicaciones los SG admiten una deformación del 0,1%, tomamos así una deformación deseada de hasta el 80% del valor admitido, o sea una deformación de hasta $8E^{-4}$ como máximo, a verificar en las simulaciones sobre el dinamómetro en que las zonas a pegar los SG no superen este valor.

4.2 Simulaciones y Análisis del Dinamómetro.

El dinamómetro se simuló para las tres direcciones de aplicación de fuerzas. Los resultados aquí mostrados son los valores de rigidez máximos esperados y los anillos octogonales se encuentran en una perfecta adhesión a las placas que los sujetan, quitando todo tipo de problema, tales como vibración y deslizamiento relativo entre los octógonos las placas. En el **Apéndice B** se muestran las imágenes capturadas en el software de las simulaciones realizadas.

Los resultados muestran que:

En la dirección de la fuerza de avance (eje X) la rigidez es de $331\text{N}/\mu\text{m}$

En la dirección de la fuerza de empuje radial (eje Z) la rigidez es de $282\text{N}/\mu\text{m}$

En la dirección de la fuerza de corte (eje Y) la rigidez es de $67\text{N}/\mu\text{m}$

También, mediante simulación, obtuvieron los valores de tensión a las que está sometido el dinamómetro y El límite elástico del material a utilizar en la construcción del material (AISI 4140) es de $550-900\text{N}/\text{mm}^2$. El **Apéndice B** muestra los resultados de las simulaciones para los valores máximos de fuerza esperados. Para una fuerza de corte de 1900N tenemos una tensión máxima de $300\text{N}/\text{mm}^2$, para una fuerza de avance de 1600N es de $164\text{N}/\text{mm}^2$ y para una fuerza de empuje de 1000N es de $77,4\text{N}/\text{mm}^2$. En todos los casos estos valores están muy por debajo del límite elástico del material a utilizar. Ver que para el caso de la fuerza de corte el valor de tensión máximo alcanzado apenas supera el 54% del valor del límite elástico de $550\text{N}/\text{mm}^2$, lo que da un muy buen margen de seguridad de trabajo.

La **Figura 4.2** muestra las condiciones de borde para la fuerza de corte, es decir la fuerza en la dirección vertical sobre la placa móvil y el empotramiento sobre la placa fija. Bajo estas condiciones los mayores desplazamientos ocurren sobre el octógono 1 debido a que sobre este recae el mayor esfuerzo, y en mucha menor medida sobre el octógono 2, de esta manera. La **Figura 4.3** muestra las condiciones de borde para la fuerza de avance.

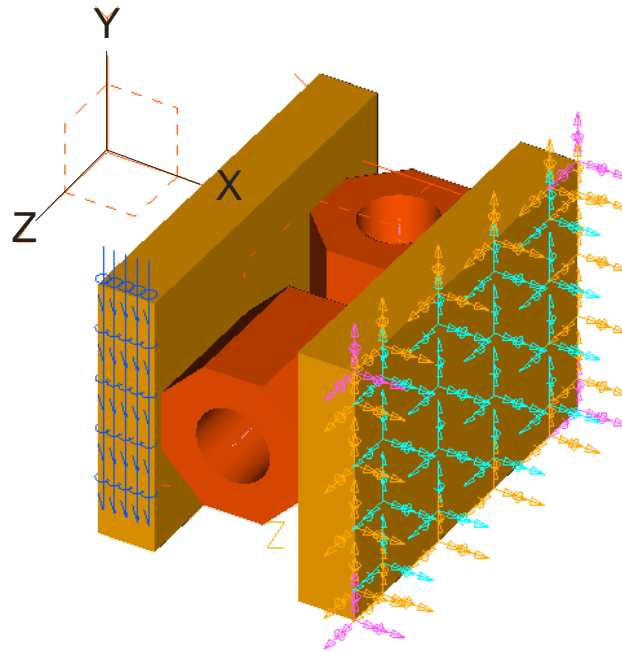


Figura 4. 2: Dinamómetro sometido a una fuerza vertical; sobre la placa fija se muestra el empotramiento.

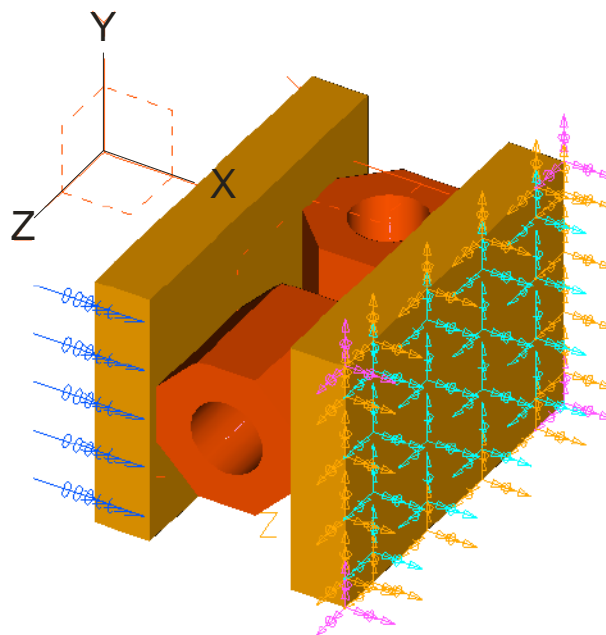


Figura 4. 3: Condiciones de borde para la fuerza de avance.

La rigidez en la dirección de corte resultó ser de $67\text{N}/\mu\text{m}$, que ante la fuerza de corte máxima de la Tabla 3.1, de 1860N , provoca un desplazamiento máximo en el dinamómetro no superior a $30\mu\text{m}$. En la dirección de la fuerza de avance resultó ser de $331\text{N}/\mu\text{m}$, como la fuerza de avance se calcula en un 80% de la fuerza de corte, el desplazamiento del dinamómetro en esa dirección es como máximo de $4,5\mu\text{m}$. Si lo comparamos con un avance de $0,2\text{mm}/\text{rev}$, dependiendo de la longitud del voladizo y cuanto este se desplace, este desplazamiento interfiere poco más del 2%. En la dirección de la fuerza de empuje radial tenemos una rigidez de $282\text{N}/\mu\text{m}$.

4.3 Análisis de la Frecuencia Natural del Sistema.

De la sección 3.1.4, tenemos una masa del dinamómetro de 0,520kg y una rigidez en la dirección de corte de 67N/ μ m (el menor valor de rigidez), reemplazando los valores en la ecuación [16] tenemos una frecuencia natural de 1806Hz. Esto implica que el torneado no debe sobrepasar una velocidad de giro de 452Hz o 27098rpm. El torno disponible en la facultad de ingeniería no supera las 4000rpm.

4.4 Análisis sobre la Zona de Pegado de los SG.

La zona de pegado de los SG se define de acuerdo a la dirección del esfuerzo a medir y a su vez que la interferencia con respecto a los demás esfuerzos sea la menor posible. El siguiente análisis muestra la deformación que sufriría cada SG de manera individual, es decir, obtenemos la medición obtenida por cada SG, y para los casos en que se utilice un solo SG el valor de interferencia nos muestra el valor de la sensibilidad cruzada. En los casos en que las lecturas de deformación se consideren demasiado bajas se preverá de colocar dos o más SG.

Por otro lado, de acuerdo al equipamiento disponible en la facultad los valores medibles [9], estos valores nos dan una idea de si debemos colocar uno o más SG para lograr mediciones aceptables, para el caso de un puente de Wheatstone con un solo SG son:

- Valor máximo medible: $2,94E^{-03}$
- Valor mínimo medible $3,59E^{-07}$

Para el caso de un puente con 2 SG

- Valor máximo medible: $1,47E^{-03}$
- Valor mínimo medible $1,79E^{-07}$

Los SG. 1 y 2 medirán la fuerza de avance (eje X). Los SG. 3 y 4 medirán la fuerza de corte (eje Y). Los SG. 5 y 6 medirán la fuerza de empuje radial (eje Z). La **Figura 4.4** muestra los octógonos 1 y 2 y los lugares a pegar los SG. Todos los SG se colocaran sobre la línea media del ancho b de 25mm, es decir a los 12,5mm. Tomando el sistema de coordenadas Y-X coincidente con el centro del octógono 1, el SG.1 irá a 1,62mm en X y el SG.2 a -1,62mm en X. Con un sistema de coordenadas Y-X rotado 45° horario y coincidente con el centro del octógono 1, el SG.3 irá a 0,31mm en X y el SG.4 a 0,31 en Y, el mismo sistema de coordenadas con el centro en el octógono 2 indica que el SG.5 irá a 0,31mm en X y el SG.6 a 0,31mm en Y. La **Figura 4.5** muestra una vista isométrica del dinamómetro y las caras a pegar los strain gauges.

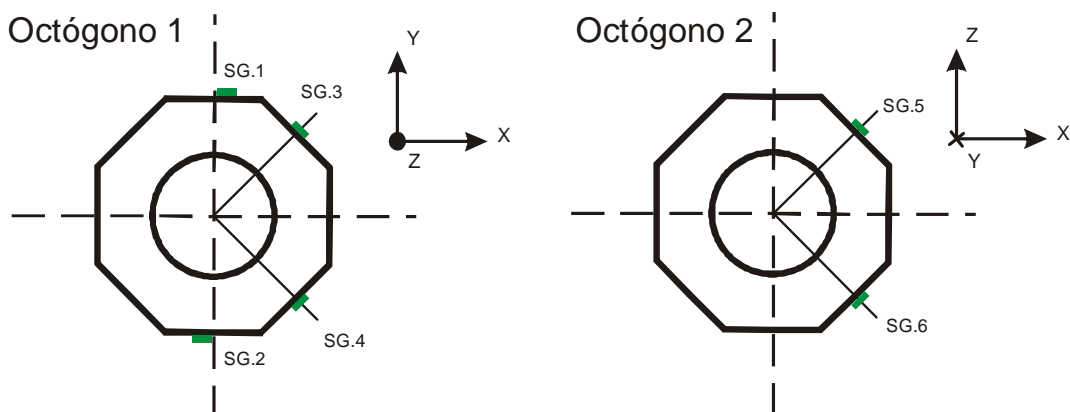


Figura 4. 4: Caras sobre las que irán pegados los SG.

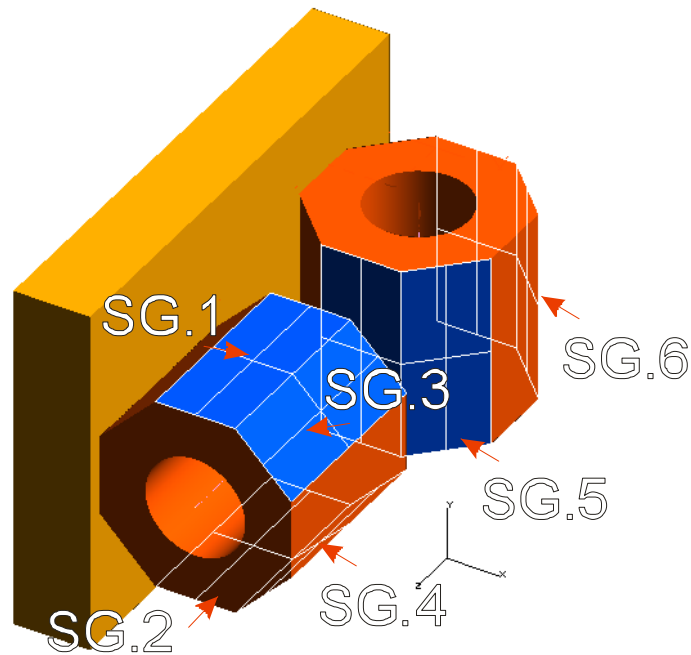


Figura 4. 5: Caras a pegar los SG.

4.5 Análisis de Sensibilidad Cruzada.

Sobre las condiciones de corte, vimos que para una fuerza de corte determinada tenemos una fuerza de avance estimada en un 80% de la misma y una fuerza de empuje de menor magnitud, considerada en un valor no superior al 60% de la fuerza de corte. Con estas suposiciones armamos 3 set de fuerzas para analizar la sensibilidad cruzada.

De acuerdo a esto armamos 3 Set de fuerzas a analizar, **Tabla 4.2**, esta tabla incluye la fuerza de corte máxima esperada, la mínima y un valor medio. Lo mismo para la fuerza de avance y la fuerza de empuje radial. Tomamos para la fuerza horizontal o de avance un 80% de la fuerza de corte y para la fuerza de empuje radial un valor no superior al 60% de la fuerza de corte. Se recopilaron los datos desde el software y se consideró el signo de la deformación (tracción positivo y compresión negativo) sobre las caras a colocar los SG.

		SG.1	SG.2	SG.3	SG.4	SG.5	SG.6
	[N]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
FV	200	5,96E-07	-5,94E-07	1,80E-05	-1,81E-05	4,20E-08	4,37E-08
FV	1000	2,93E-06	-2,91E-06	1,23E-04	-1,20E-04	2,90E-07	3,10E-07
FV	1900	5,35E-06	-5,34E-06	2,45E-04	-2,38E-04	4,01E-07	4,11E-07
FH	160	4,32E-06	4,25E-06	7,13E-07	7,11E-07	7,43E-07	7,41E-07
FH	800	2,18E-05	2,13E-05	3,69E-06	3,68E-06	3,68E-06	3,68E-06
FH	1600	4,73E-05	4,69E-05	8,36E-06	8,34E-06	8,19E-06	8,17E-06
FZ	120	-1,17E-07	-1,24E-07	5,82E-07	5,80E-07	3,22E-06	-3,20E-06
FZ	600	-1,36E-06	-1,34E-06	1,86E-06	1,85E-06	5,15E-05	-1,52E-05
FZ	1120	-3,45E-06	-3,35E-06	4,06E-06	4,03E-06	7,18E-05	-7,14E-05

Tabla 4.2: Deformaciones sobre las caras. Set de fuerzas.

Aprovechando las condiciones de simetría del dinamómetro se colocarán los SG de manera estratégica para disminuir la sensibilidad cruzada. En la **Tabla 4.2** podemos observar los signos de las deformaciones, y como estos varían en las caras de acuerdo a la dirección de la fuerza. Según como armemos el puente de

Wheatstone las deformaciones se suman o se restan, aquí usaremos esto para cancelar efectos, es decir, en el caso de mediciones en la horizontal usaremos la suma de las deformaciones, mientras que en las restantes direcciones usaremos la resta.

Así, en el caso en que tengamos una fuerza vertical pura, tendremos lectura de deformación solamente en Y, ya que los demás puentes estarán en equilibrio, lo mismo sucede para el caso de una fuerza horizontal pura. Por último, el caso de una fuerza de empuje pura es un tanto diferente; mientras que sobre el octógono 2 las deformaciones en el SG.5 y el SG.6 toman signos opuestos aumentando el valor de deformación medida, las deformaciones en el octógono 1 sobre SG.3 y SG.4 también cancelan su efecto, y los SG.1 y SG.2 toman el mismo signo lo que significa que tendremos lectura en la horizontal ante una fuerza de empuje.

A partir de esto armamos la **Tabla 4.3**, la cual consiste en la suma de las deformaciones captadas y relevadas en la Tabla 4.2. Además calculamos los valores de sensibilidad cruzada.

	[N]	SG.1+SG.2 def X	SG.3-SG.4 def Y	SG.5-SG.6 def Z	Syx (def X/def Y)	Syz (Def Z/def Y)
FV	200	2,00E-09	3,61E-05	-1,70E-09	0,01%	0,00%
FV	1000	2,00E-08	2,43E-04	-2,00E-08	0,01%	-0,01%
FV	1900	1,20E-08	4,83E-04	-1,00E-08	0,00%	0,00%
					Sxy (def Y/def X)	Sxz (def Z/def X)
FH	160	8,57E-06	2,00E-09	2,00E-09	0,02%	0,02%
FH	800	4,31E-05	1,00E-08	1,00E-09	0,02%	0,00%
FH	1600	9,42E-05	2,00E-08	2,18E-08	0,02%	0,02%
					Szx (def X/def Z)	Szy (def Y/def Z)
FZ	120	-2,61E-07	2,00E-09	6,42E-06	-4,06%	0,03%
FZ	600	-2,70E-06	1,00E-08	6,67E-05	-4,05%	0,02%
FZ	1120	-5,80E-06	3,00E-08	1,43E-04	-4,05%	0,02%

Tabla 4.3: Deformaciones totales de cada puente y cálculo de sensibilidad cruzada.

De los cálculos de sensibilidad cruzada podemos ver, ante una fuerza vertical pura tenemos lecturas prácticamente nulas en las direcciones X y Z, menores al 0,01%. Para la fuerza horizontal pura sucede lo mismo, tenemos mediciones solamente en X y lecturas prácticamente nulas en las direcciones restantes, menores al 0,02%. Para la fuerza en la dirección Z tenemos lecturas de hasta un -4,05% en la dirección X.

Esto significa que tendremos lectura en X aunque la fuerza esté en la dirección Z, pero esto no representa un gran inconveniente ya que el módulo de la fuerza en la dirección Z es mucho menor que el módulo de la fuerza en la dirección X y la lectura total en la dirección X se verá afectada a lo sumo en poco más del 2%.

Se podría, además, compensar este valor en la medición de X que prácticamente no tiene error, basta tomar el 4% del valor medido en Z y sumarlo al valor medido en X. Esto es posible ya que la medición en Z no tiene prácticamente error, y esta diferencia se mantiene constante. En la dirección Y la lectura es también prácticamente nula (menor al 0,03%) ante una fuerza en la dirección Z.

El **Gráfico 4.5** nos muestra las deformaciones ocurridas para cada dirección en función de la fuerza de corte, los **Gráficos 4.6 y 4.7** para la fuerza de empuje y avance respectivamente. Estos gráficos se corresponden con los datos de sensibilidad cruzada del dinamómetro, obtenidos en la **Tabla 4.3**.

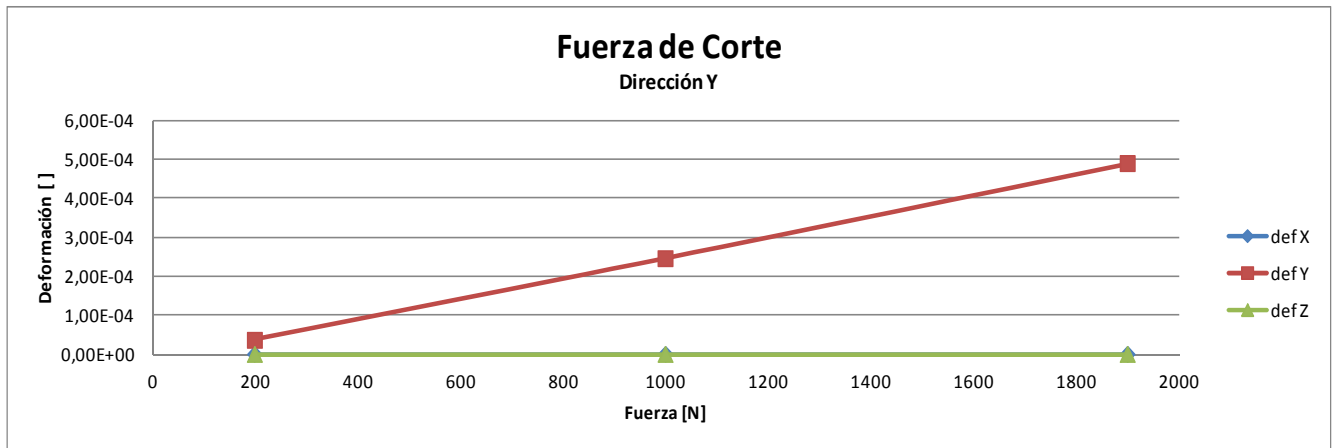


Gráfico 4.5: Variación de deformación para las direcciones normales X, Y y Z, en función de la fuerza de corte.

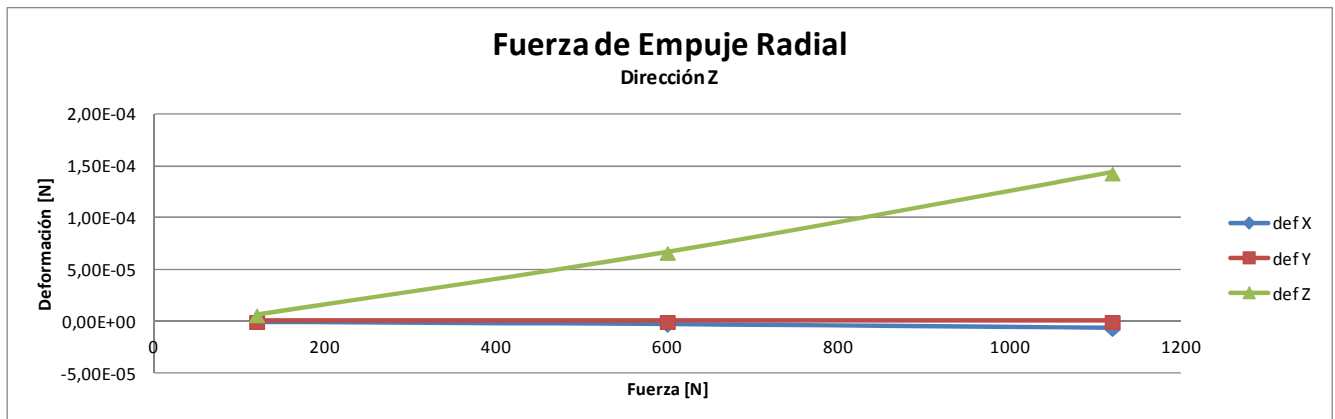


Gráfico 4.6: Variación de deformación para las direcciones normales X, Y y Z, en función de la fuerza de empuje.

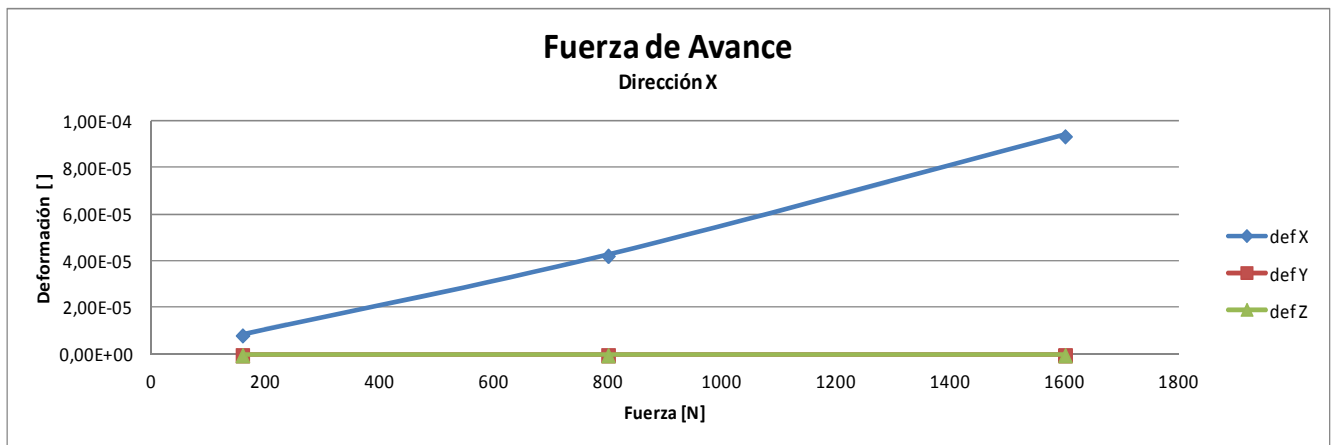


Gráfico 4.7: Variación de deformación para las direcciones normales X, Y y Z, en función de la fuerza de Avance.

4.6 Rango de Medición y Cálculo de Error.

Para calcular el rango de medición del dinamómetro en cada dirección usamos la ecuación (17), en que la fuerza aplicada en una dirección (i) es igual a la deformación captada por los SG en esa dirección multiplicada por una constante. Utilizando la **Tabla 4.3** calculamos los valores de las constantes para cada dirección.

$$F_i = k_i \cdot \text{deformación} \quad (17)$$

Los valores de la constante para cada dirección son:

Eje Y: $k_y = 4,53E^6$
 Eje X: $k_x = 1,81E^7$
 Eje Z: $k_z = 8,41E^6$

Para un puente con dos SG el valor mínimo medible es $1,79E^{-07}$, multiplicando por el valor de la constante para cada dirección obtenemos el valor mínimo de fuerza medible para cada dirección.

Fuerza mínima medible:

Eje Y: 0,81N

Eje X: 3,24N

Eje Z: 1,51N

Para calcular una estimación del error, aplicamos una fuerza en el espacio al dinamómetro y tomamos los valores de deformación, al multiplicar esos valores por las constantes anteriores obtenemos el valor de fuerza medido. Haciendo una comparación con el valor de fuerza aplicado calculamos el error.

La fuerza aplicada en el espacio, está compuesta de 1000N en la dirección Y, 800N en la dirección X y de 500N en la dirección Z. El módulo total de la fuerza es de 1415N. Se releven los valores de deformación, se estiman las fuerzas mediante los valores de las constantes halladas y se estiman los errores de las mediciones, **Tabla 4.5**.

	[N]	Deformación medida	Fuerza Medida [N]	Error
FV	1000	2,21E-04	1000,53	0,05%
FH	800	4,31E-05	781,02	-2,37%
FZ	600	7,13E-05	599,63	-0,06%

Tabla 4.5: Valores de medición de fuerzas y errores en la medición.

Si observamos la lectura de la fuerza horizontal vemos que es un 2,37% inferior al valor esperado. Como sabemos que la fuerza en Z incide en un -4% sobre la medición en X, tomamos el 4% del valor medido en Z y lo sumamos al valor medido en X de manera de compensar la lectura.

$$599,63N \cdot 4\% + 781,02N = 805N$$

El valor calculado de 805N está un 0,63% por encima del valor de 800N esperado.

4.7 Conclusiones sobre el Diseño.

De esta manera hemos llegado al diseño de un instrumento de medición con una rigidez de $67N/\mu m$ en la dirección de corte, $331N/\mu m$ en la dirección Z de empuje radial y de $282N/\mu m$ en la dirección de avance.

Si consideramos los valores de sensibilidad cruzada de la publicación [1], vemos que estos valores no superan el 1% para cada combinación. A diferencia del -4.05% de sensibilidad cruzada con respecto a X para una fuerza en Z, la cual no perjudica la medición total en X en poco más de un 2%. Pero logramos una sensibilidad cruzada inferior al 0,03% para las mediciones con fuerza en Y y en X.

Otra gran diferencia está en la cantidad de SG que se utilizan, mientras que en el dinamómetro de cuatro octógonos se utilizan hasta 16 SG, aquí se están utilizando solamente 6 SG. Los octógonos se redujeron de 40mm de diámetro externo a 25mm, y las dimensiones totales del dinamómetro de $65 \times 100 \times 100$ mm se redujeron a $45 \times 45 \times 65$ mm, **representando el 20%** del tamaño total, ver **Figura 4.5**. En cuanto al peso, mientras que el dinamómetro de 4 octógonos pesa más de 3kg el de 2 octógonos pesa solamente 560gr.

La **Figura 4.5** muestra, además, una comparación entre el tamaño de un dinamómetro piezoeléctrico comercial de la marca Kistler con dimensiones totales de $85 \times 107 \times 150$ mm, aunque se debe hacer notar que las prestaciones entre ellos son bastante diferentes. La **Figura 4.6** muestra a escala los planos con las dimensiones totales de los dinamómetros.

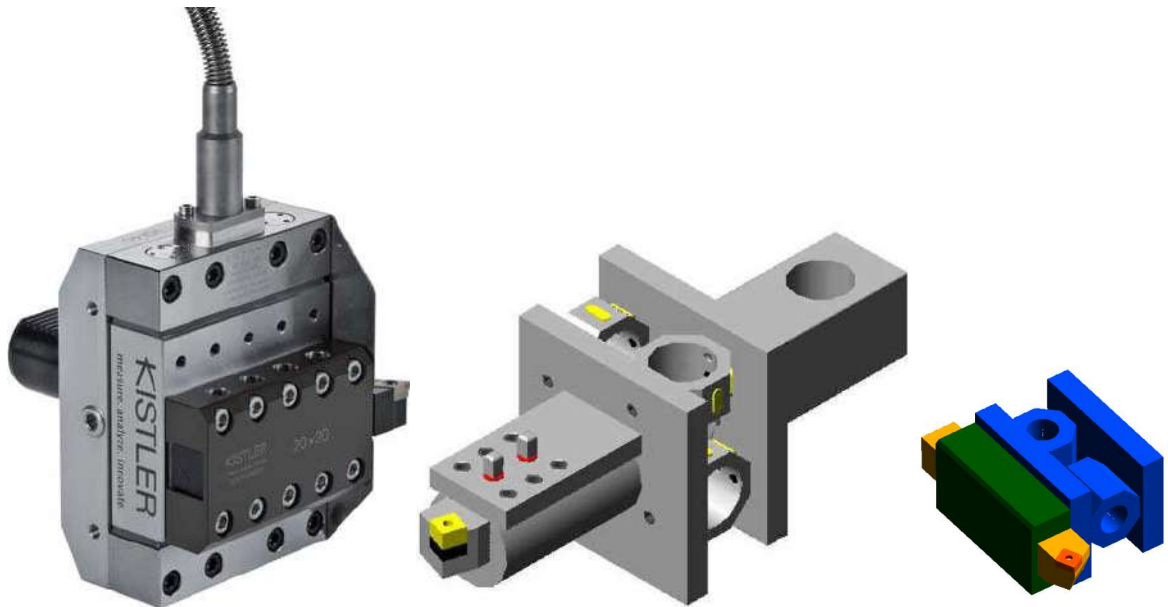


Figura 4. 5: Comparación de tamaño entre tres dinamómetros. Desde la izquierda: Dinamómetro piezoeléctrico Marca Kistler, Dinamómetro de cuatro octógonos^[1] y el dinamómetro de 2 octógonos. Escala aproximada.

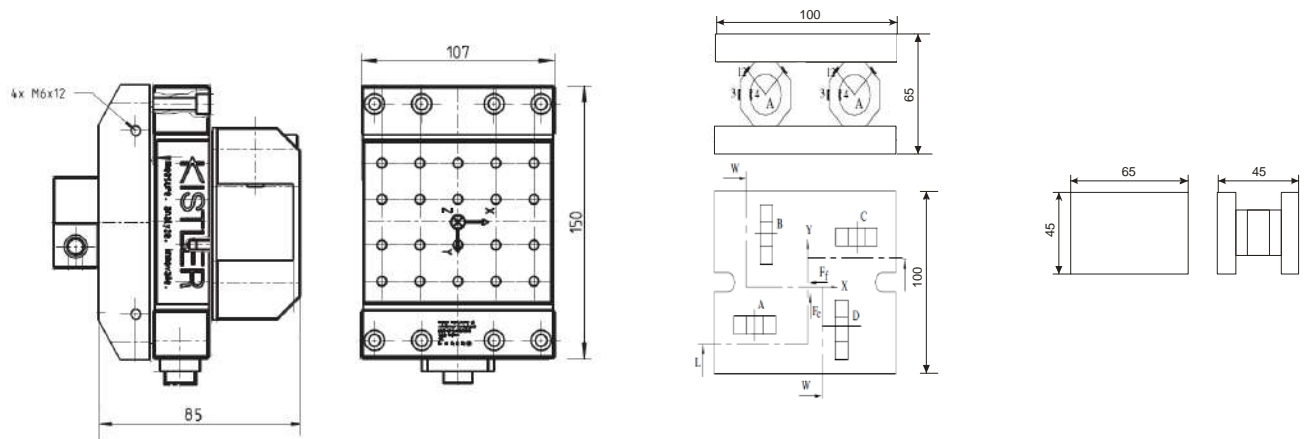


Figura 4. 6: Planos a escala de los dinamómetros de la figura 5.

A continuación enumeramos algunas ventajas y desventajas del dinamómetro de dos octógonos.

Ventajas

- Muy fácil montaje, por ser de una geometría muy sencilla, si lo comparamos con respecto a dinamómetros de tres o más anillos.
- Reducidas dimensiones. En un factor de 4 o más comparado con otros dinamómetros, dependiendo de las prestaciones de los mismos.
- La alineación entre los octógonos no representa ningún inconveniente.
- Menos problemas de vibración sobre los octógonos, por poseer mayor superficie de fijación.
- Menor cantidad de SG para efectuar mediciones, solo 6 SG son necesarios.
- El costo de fabricación de este dinamómetro es muy inferior a otros de mayor cantidad de octógonos, incluso con respecto a dinamómetros comerciales.
- Bajo peso, inferior a los 600g.
- Medición con error despreciable en la dirección de corte y en la dirección de empuje, con un error menor al 3% en la dirección de avance. Compensable con el valor medido en Z, que se mide prácticamente sin error.
- Mediciones de fuerza a partir de 0,81N en la vertical, 3,24N en la horizontal y 1,51N en la dirección Z.

Desventajas

- Los octógonos poseen menor sensibilidad cruzada que los octógonos más angostos.
- Relativa dificultad en el pegado de los SG por ser estos de tamaño muy reducido.

5. Conclusiones Generales.

Al principio de este trabajo teníamos la gran dificultad de compromiso entre sensibilidad y rigidez; se debía lograr un diseño de dinamómetro lo suficientemente rígido como para lograr captar mediciones. Estas dificultades se superaron a partir de haber logrado describir de manera detallada el comportamiento de los octógonos, los análisis de deformación sobre las caras permitieron establecer los lugares más idóneos para colocar los transductores y así captar las mediciones con una mínima interferencia.

Se arribaron a ecuaciones que describen de manera detallada el comportamiento de los anillos octogonales, dentro del rango de aplicación para este tipo de instrumentos (ecuaciones de desplazamiento, ecuaciones de deformación sobre la superficie y ecuaciones de rigidez).

A partir de estas ecuaciones se pueden dimensionar a los octógonos para que cumplan con las exigencias pretendidas, como por ejemplo: tamaño, peso, rigidez, etc. Lo que permitió arribar a un diseño de dinamómetro compacto, liviano y rígido. Si lo comparamos con otros dinamómetros de anillos, incluso si lo comparamos con dinamómetros piezoeléctricos comerciales.

El siguiente paso es realizar el dinamómetro y someterlo a las diferentes pruebas en los procesos de mecanizado. Este diseño ha mostrado grandes ventajas con respecto a otros dinamómetros, tanto desde el punto de vista constructivo como de costos.

Independientemente de que el dinamómetro posea dos, tres o más anillos, el trabajo aquí realizado nos permite diseñar dinamómetros de acuerdo a las exigencias pretendidas, con un dimensionado de los octógonos óptimo a cada situación.

Algo importante a notar es que podemos diseñar octógonos tan pequeños como queramos, pero la dificultad se centra luego en la adecuada fijación de los octógonos sobre las placas y el correcto pegado de los SG. La correcta fijación de los octógonos sobre las placas permite que la transmisión de los esfuerzos se haga de manera adecuada.

Como propuesta y para mejorar el diseño, y que el dinamómetro de 2 octógonos sea más rígido en la dirección de corte se propone modificar ligeramente la separación entre los octógonos y el espesor t de cada octógono, lo que se traduce en una mejor distribución de los esfuerzos y un mejor aprovechamiento de la respuesta a la deformación de los octógonos.

Apéndice A – Estudio sobre los Anillos Circulares.

A.1 Dimensiones de los Anillos.

Los anillos poseen un diámetro externo de 40mm, una profundidad (b) de 20mm y el parámetro variable es el diámetro interno los cuales se hicieron para tres dimensiones, de 32mm, de 30mm y 28mm.

A.2 Condiciones de Contorno.

Las condiciones de contorno pretenden simular las condiciones reales a las que el anillo se encuentra sometido durante los procesos de mecanizado, que a su vez son los esfuerzos a los que se encuentra la herramienta de corte. Aquí los esfuerzos son estáticos tanto para la dirección vertical como para la dirección horizontal. El anillo posee una sujeción en la parte opuesta a donde las fuerzas son aplicadas, tal como se muestra en la **Figura 1**. Las fuerzas aplicadas son de 1000N para cada dirección.

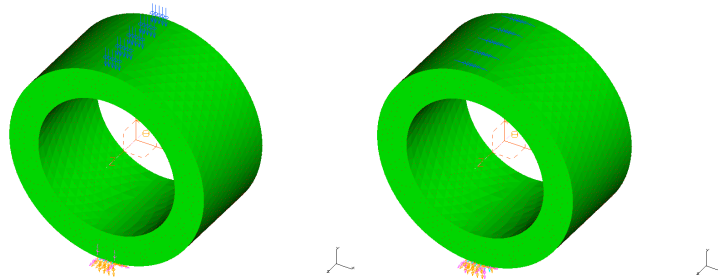


Figura 1. Fuerza dirección vertical y dirección Horizontal respectivamente.

A.3 Simulación de los Anillos.

Los ángulos a los que posteriormente se hacen referencia se corresponden con lo siguiente: el eje de giro es el vector Z con ángulos positivos en sentido anti-horario y el cero grado coincide con el plano X-Z con X positivo (**Figura 2**).

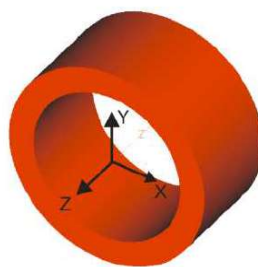


Figura 2. Geometría del anillo circular.

En las tablas siguientes se hace mención a las “caras del anillo”, estas se definieron para una ubicación más rápida de las deformaciones sobre la superficie del anillo. Se llama cara derecha interna/externa a las que poseen valores positivos de X y se llama cara izquierda interna/externa a las que poseen valores negativos de X.

Las siguientes figuras (**Figura 4** y **Figura 5**) se muestran las imágenes de deformación del anillo 1 sometido a esfuerzos, los demás anillos obtuvieron deformaciones similares y por lo tanto no se muestran las imágenes de deformación. En las mismas puede apreciarse desde las zonas de menor deformación (color azul) hasta las zonas de mayor deformación (color rojo). La **Figura 3** muestra las deformaciones sufridas ante un esfuerzo horizontal; las mayores deformaciones ocurren en la zona del empotramiento. En la **Figura 4** las

deformaciones sufridas ante un esfuerzo vertical muestran que las máximas deformaciones ocurren en la zona de aplicación de la fuerza, en la zona del empotramiento y en las zonas de 0° y 180°. Estos valores de deformación son valores absolutos, es decir, no se diferencia de las zonas que están a compresión de las que están a tracción. Dado que lo que se intenta establecer son las zonas de máxima deformación.

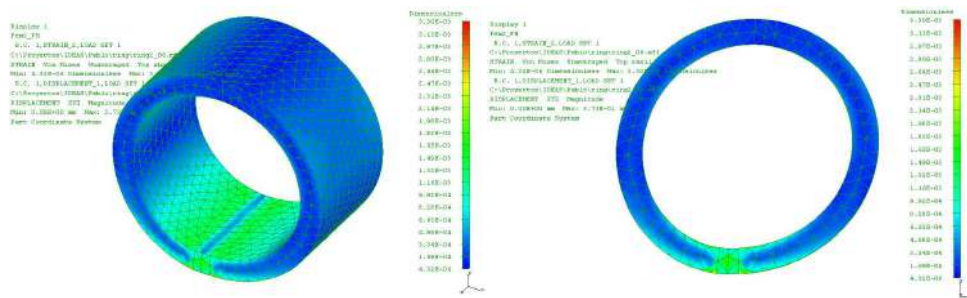


Figura 3. Deformación del anillo sometido a esfuerzo horizontal.

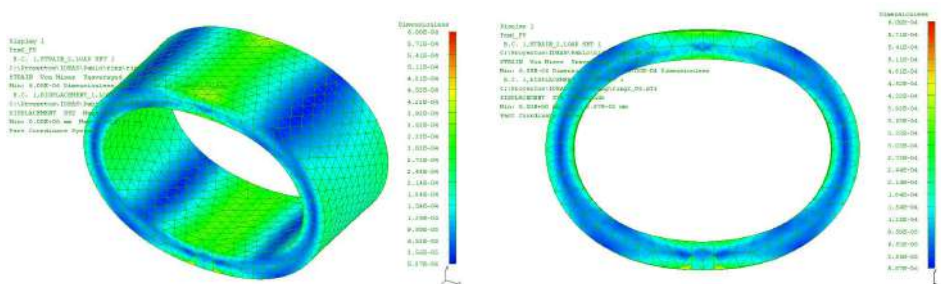


Figura 4. Deformación del anillo sometido a esfuerzo vertical.

A.3.1 Análisis de Deformación sobre los Anillos.

A continuación se muestra cual es el patrón de deformación sobre los anillos cuando son sometidos a esfuerzos. Como este patrón es el mismo para los diferentes anillos, se muestran gráficos de deformación solamente del anillo 1, aunque en las tablas siguientes se muestran los valores de interés, para todos los anillos.

Fuerza Horizontal.

Para la fuerza horizontal las mayores deformaciones ocurren, **Gráfico 1** y **Gráfico 2**, en la zona de empotramiento del anillo, indicado con -90° y 270° respectivamente, con deformaciones no mayores a $1,4E^{-3}$ tanto para la cara externa como interna. Además el anillo presenta otros máximos de deformación que ocurren según el **Gráfico 1** para la cara interna derecha a los $34,81^\circ$ con una deformación de $4,877E^{-4}$ y para la cara externa derecha a los $36,58^\circ$ con una deformación de $3,206E^{-4}$. El **Gráfico 2** muestra que para la cara interna izquierda otro máximo a los $140,85^\circ$ con una deformación de $4,978E^{-4}$ y para la cara externa izquierda a los $143,03^\circ$ con una deformación de $3,195E^{-4}$. En este aspecto se puede ver que los máximos de deformación tienen un valor igual de aproximadamente $4,9E^{-4}$, pero que para la cara derecha este valor es positivo por tratarse de una zona a compresión y de valor negativo para la cara izquierda por tratarse de una zona a tracción.

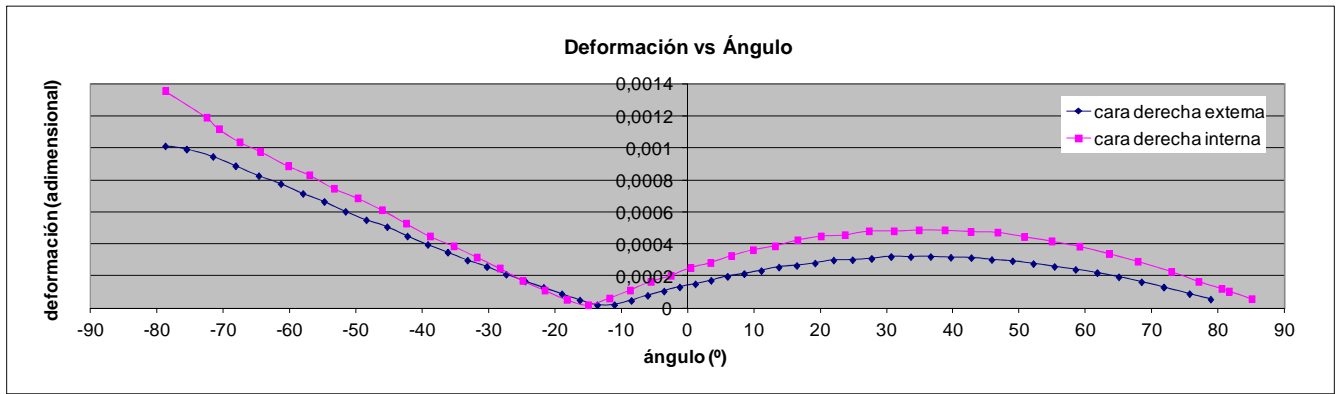


Gráfico 1. Deformación del anillo sobre las caras derechas en función del ángulo debido a un esfuerzo horizontal.

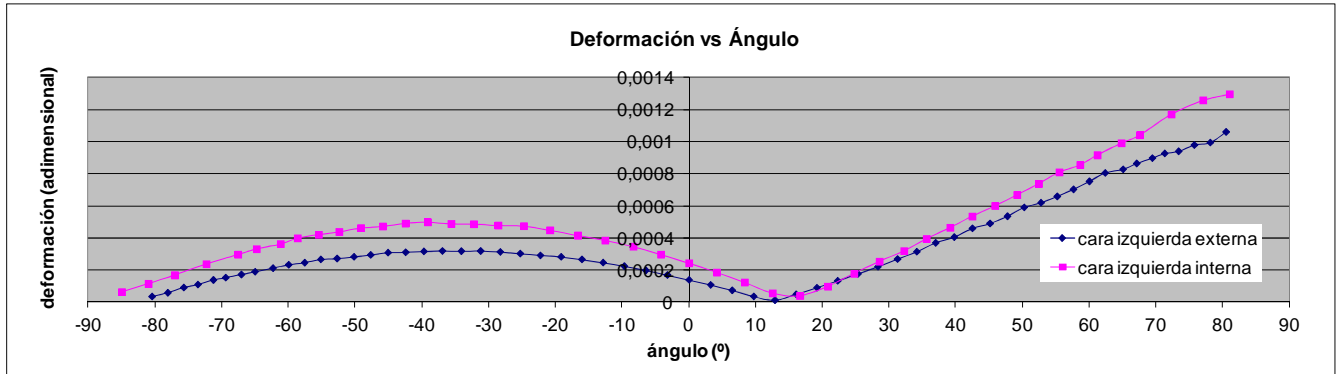


Gráfico 2. Deformación del anillo sobre las caras izquierdas en función del ángulo debido a un esfuerzo horizontal.

Fuerza Vertical.

Dada la simetría de la pieza en la dirección de la aplicación de la fuerza vertical, solamente se relevaron los datos para la cara derecha por ser los datos de la cara izquierda exactamente los mismos.

Para la fuerza vertical el anillo se encuentra un máximo de deformación el cual ocurre (**Gráfico 3**) tanto para la cara interna derecha como para la cara externa derecha a los 0° con una deformación de $2,849E^{-4}$ y $1,842E^{-4}$ respectivamente. Las mínimas deformaciones ocurrieron, para la cara interna a los $50,69^\circ$ y $-49,76^\circ$, con deformaciones de $1,943E^{-5}$ y $1,837E^{-5}$ respectivamente, y para la cara externa a los $48,92^\circ$ y $-45,36^\circ$, con deformaciones de $7,590 E^{-6}$ y $7,733 E^{-6}$ respectivamente.

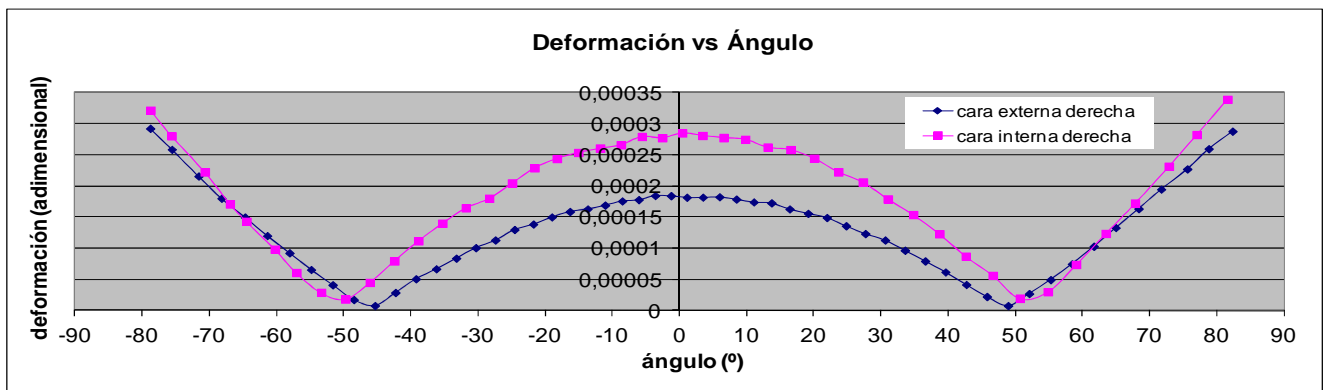


Gráfico 3. Deformación del anillo sobre las caras derechas en función del ángulo debido a un esfuerzo vertical.

De los gráficos anteriores, tenemos el patrón de deformación que ocurre sobre los anillos circulares para una fuerza vertical y una fuerza horizontal. Este mismo patrón de deformación ocurre para los diferentes anillos y expresaremos los valores de deformación y ángulos de interés en la tabla A1 y A2. Haciendo una composición de los **Gráfico 1** y **3** en donde tenemos en análisis la cara derecha del anillo vemos la interferencia de la fuerza horizontal con respecto a la fuerza vertical, **Gráfico 4**. En donde podemos apreciar que la interferencia mínima

Tesis – Pablo Remirez

ocurre alrededor de los 50°. De la publicación [1], la ecuación presentada mostraba la deformación para mínima interferencia a los 50,4°, lo que puede considerarse como el mismo valor aquí hallado.

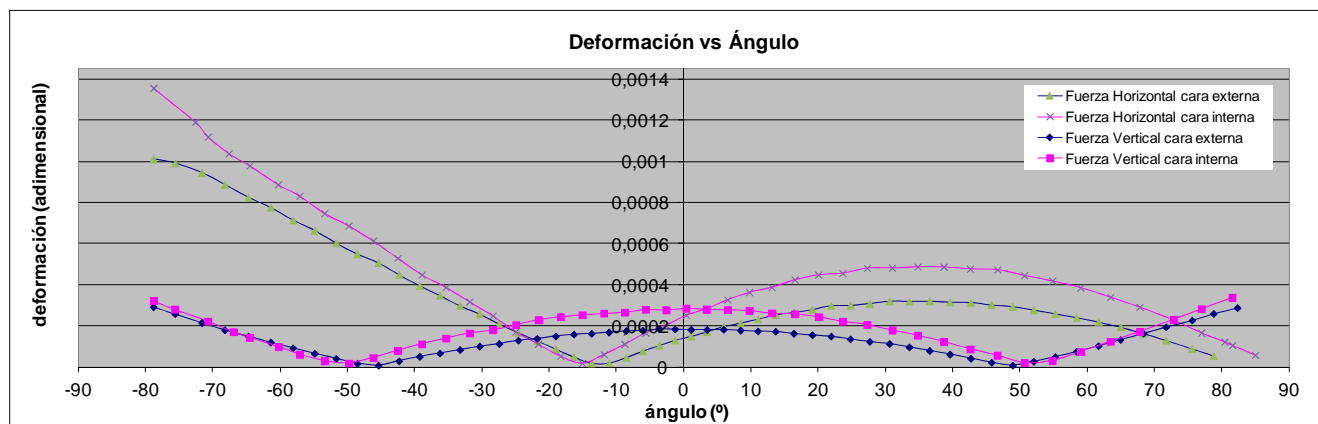


Gráfico 4. Deformación del anillo sobre las caras derechas en función del ángulo debido a un esfuerzo vertical.

A.4 Cálculo de las Constantes de las Ecuaciones.

Dirección Vertical.

Los valores de la **Tabla A.1** fueron obtenidos de las simulaciones, y varían de acuerdo a la cara interna o externa, estos ocurren a 0° de la horizontal. Despejando el valor de k en la cara interna/externa para cada situación tenemos los valores k_i y k_e respectivamente.

	r [mm]	t [mm]	b [mm]	cara interna ε []	k_i	cara externa ε []	k_e
anillo 1	16	4	20	2,85E-04	1,1787	1,84E-04	0,6088
anillo 2	15	5	20	1,85E-04	1,2753	1,09E-04	0,5635
anillo 3	14	6	20	1,34E-04	1,4252	7,00E-05	0,5215

Tabla A.1: Valores de deformación sobre los anillos para una fuerza vertical de 1000N.

Ahora tomamos el valor promedio de los valores obtenidos para la cara interna y externa:

$$k_i = \frac{k_1 + k_2 + k_3}{3} = \frac{1.17876 + 1.27526 + 1.42515}{3} \rightarrow k_i = 1,29306$$

$$k_e = \frac{k_1 + k_2 + k_3}{3} = \frac{0.60882 + 0.56353 + 0.52114}{3} \rightarrow k_e = 0,56449$$

Dirección 50° de la Horizontal.

Para esta dirección se efectuó el mismo procedimiento que en el caso de la dirección vertical.

	r [mm]	t [mm]	b [mm]	cara interna ε [] 50,6°	k_i	cara externa ε [] 48,9°	k_e
anillo 1	16	4	20	4,4600E-04	1,4787	2,9351E-04	0,9712
anillo 2	15	5	20	2,8835E-04	1,4908	1,6769E-04	0,8670
anillo 3	14	6	20	2,0070E-04	1,4942	1,0105E-05	0,8523

Tabla A.2: Valores de deformación sobre los anillos para una fuerza horizontal de 1000N.

Tomando el promedio para el valor de k_i y k_e tenemos:

$$k_i = 1,4879$$

$$k_e = 0,8968$$

A.5 Cálculo de la rigidez.

La rigidez de los anillos se evaluó utilizando los máximos desplazamientos para cada una de las fuerzas aplicadas en la dirección horizontal, dirección vertical y en la dirección transversal al anillo (eje z).

A.5.1 Anillo 1.

	Fuerza Vertical	Fuerza Horizontal	Fuerza en Z 1000N
Fuerza (N)	1000	1000	1000
Max Despl. (mm)	3,87E-0,2	3,73E-0,1	1,76E-01
Rigidez (N/um)	25,84	2,68	5,68

A.5.2 Anillo 2.

	Fuerza Vertical	Fuerza Horizontal	Fuerza en Z 1000N
Fuerza (N)	1000	1000	1000
Max Despl. (mm)	1,93E-0,2	2,37E-0,1	1,01E-01
Rigidez (N/um)	51,81	4,22	9,90

A.5.3 Anillo 3

	Fuerza Vertical	Fuerza Horizontal	Fuerza en Z 1000N
Fuerza (N)	1000	1000	1000
Max Despl. (mm)	1,1E-0,2	1,82E-0,1	6,68E-02
Rigidez (N/um)	90,91	5,49	15,00

Como era de esperar a medida que el anillo aumenta su espesor el valor de rigidez aumenta para todas las direcciones donde están aplicadas las fuerzas. Se debe notar que la rigidez en la dirección vertical aumenta de manera más significativa, con respecto a la dirección horizontal aumenta hasta 23 veces más y con respecto a la dirección transversal (eje Z) crece hasta 7 veces más. Comparando la dirección horizontal con la dirección Z esta crece hasta 3 veces más (Figura 5).

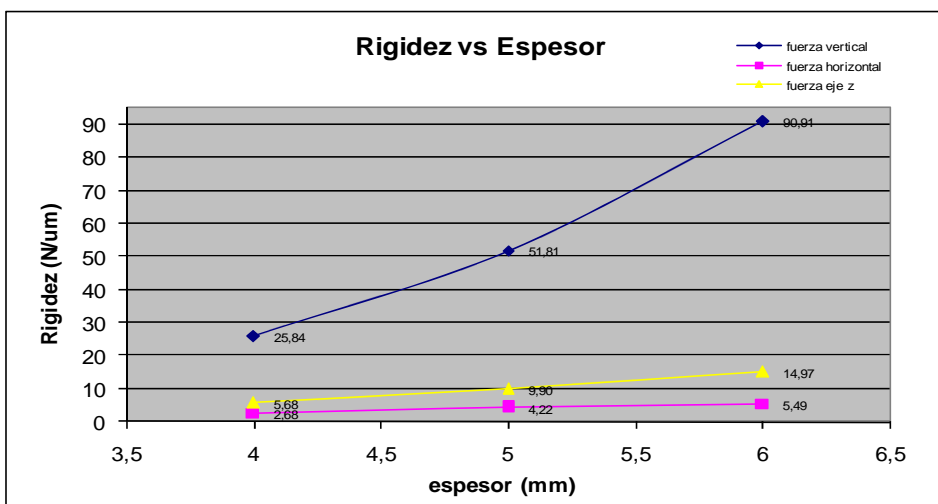


Figura 5. Rigidez del anillo en función del espesor.

A.6 Conclusiones.

El análisis sobre los resultados de la deformación en función del ángulo muestra que las variaciones de deformación se hacen minúsculas (menores al 3%) para una franja de ángulos de entre 30° a 40° y de 138° a 148°, lo que permite definir un radio mínimo del anillo, sobre el cual se maximiza la zona de deformación, como también minimizar el espesor del anillo para cumplir con determinada rigidez.

A partir de los resultados obtenidos se pudieron desarrollar ecuaciones que describen el que relacionan la deformación con los parámetros dimensionales del anillo como el radio, el espesor, el ancho, etc. Estas ecuaciones permiten obtener las dimensiones óptimas de diseño para anillo octogonal, estableciendo como principal requerimiento el valor de rigidez.

Apéndice B – Simulaciones del Dinamómetro.

B.1 Introducción.

Los gráficos mostrados en este apéndice corresponden a las simulaciones realizadas mediante el Software I-DEAS 11 NX Series. El contenido de las imágenes son del dinamómetro diseñado y muestran las variaciones de deformación sufridas en todo el volumen del mismo. Además se presentan capturas de las pantallas del visualizador del software con los resultados de las tensiones, y verificar si se encuentra o no dentro del límite elástico del material.

El tamaño de elemento y número de nodos utilizado varía de acuerdo a la zona del dinamómetro, es por eso que la longitud de elemento de las placas son diferentes con las que poseen los octógonos, siendo más pequeños en este debido a que es el lugar donde se colocarán los SG.

El tamaño de estos elementos se elige de acuerdo a la variación de potencial de la pieza a analizar (en este caso son fuerzas), y si bien el software recomienda un valor de tamaño de elemento decidimos tomar un tamaño menor de elemento sobre las caras de los octógonos para tener una mejor aproximación a la lectura que realizaran los octógonos.

Las imágenes además muestran la deformación de cada nodo no en una dirección en particular sino en el espacio, esta se denomina Von Mises, y el software la calcula mediante la ecuación [1]

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2]^{\frac{1}{2}} \quad [1]$$

Donde ε_1 , ε_2 y ε_3 son las deformaciones en las principales direcciones (X, Y y Z).

La idea de exponer estas vistas y no otras es la de mostrar las variaciones de deformación sufrida sobre las caras de los octógonos a los que se les colocará los SG. Si bien son meramente ilustrativas dan una visión de cómo se comporta el sistema y como las diferentes fuerzas provocan deformaciones sobre los octógonos.

B.2 Fuerza Vertical.

Esta fuerza representa la fuerza de corte, dirección Y. La **Figura B.2** muestra el punto de desplazamiento de 0,015mm en la dirección vertical ante una fuerza de 1000N. A partir de este valor calculamos la rigidez en la dirección vertical. La **Figura B.3** muestra una vista superior.

$$Ry = \frac{1000N}{0,015mm} = 66,67 \frac{N}{\mu m}$$

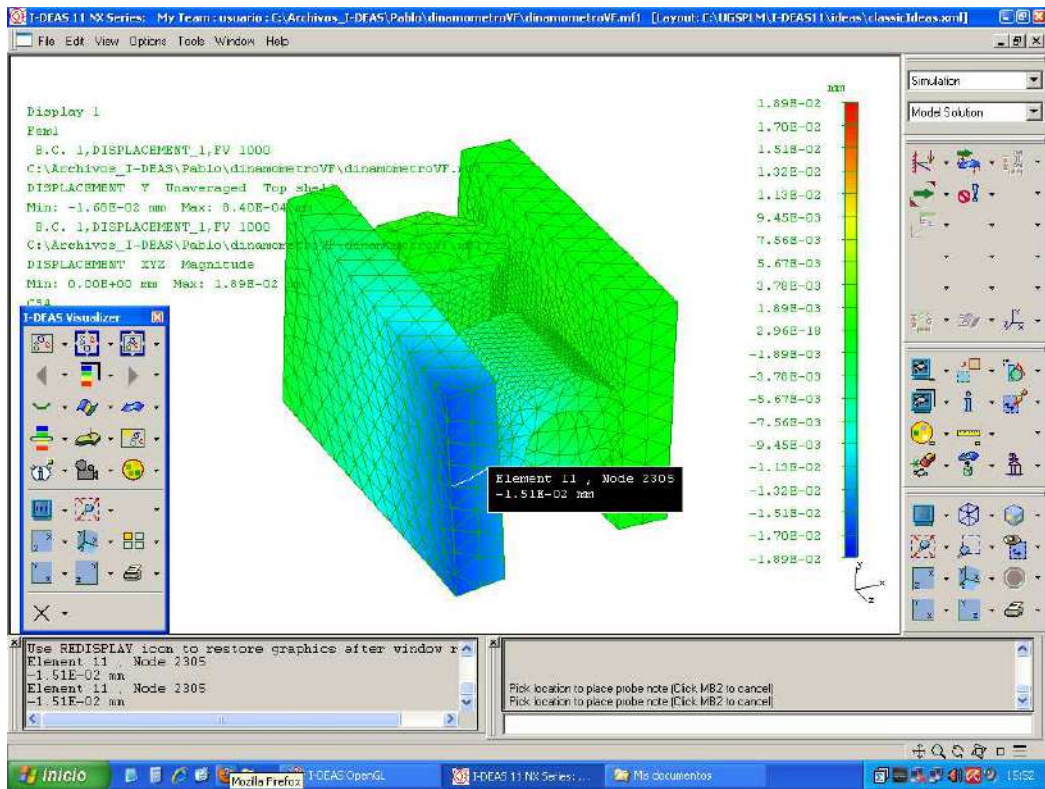


Figura B. 1: Vista del dinamómetro sometido a una fuerza vertical de 1000N.

B.3 Fuerza Horizontal.

Esta fuerza representa la fuerza de avance de 1000N, dirección X. La **Figura B.1** muestra una vista superior del dinamómetro. Para la fuerza horizontal de 1000N tenemos un desplazamiento en la dirección X de 0,00302mm, dando un valor de rigidez para esa dirección de 331N/ μ m.

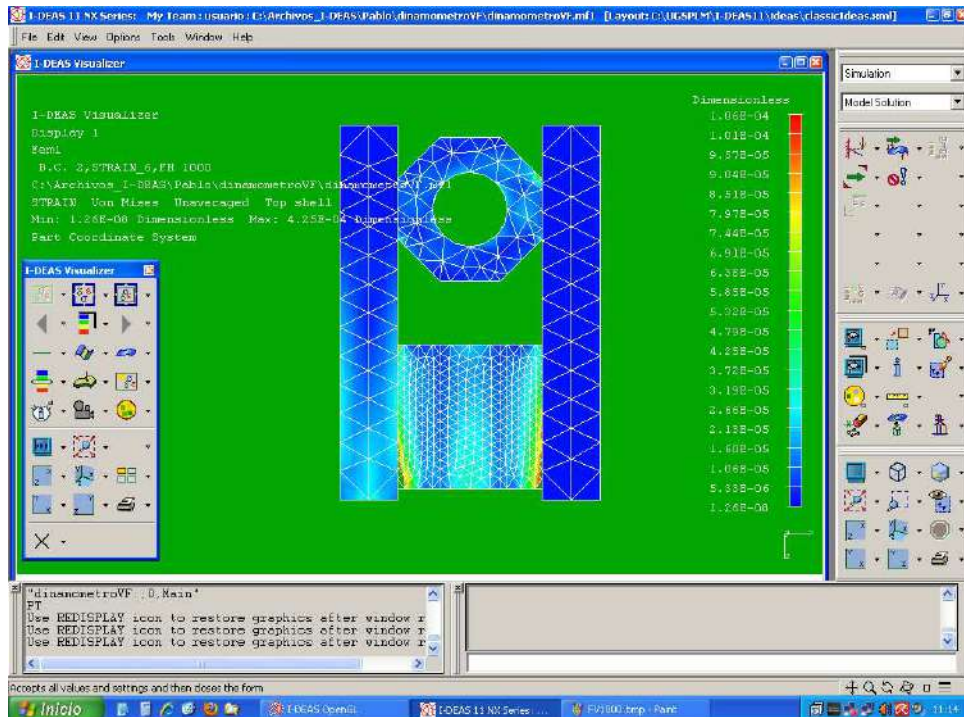


Figura B. 2: Vista superior del dinamómetro sometido a una fuerza horizontal de 1000N.

B.4 Fuerza en dirección Z.

Esta fuerza representa la fuerza de empuje, dirección Z, en este caso de 1000N. La **Figura B.4** muestra una vista superior del dinamómetro. La **Figura B.5** muestra una vista posterior. Para esta fuerza tenemos un desplazamiento en la dirección Z de 0,00354mm, dando un valor de rigidez en esa dirección de 282N/ μm .

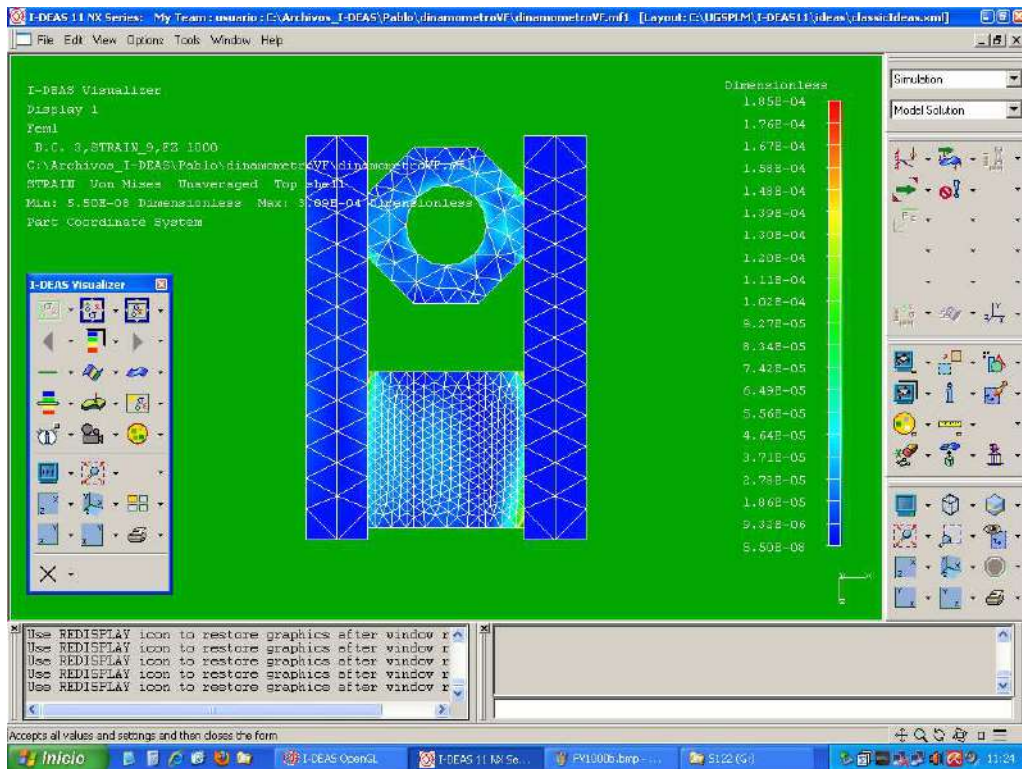


Figura B. 3: Vista superior del dinamómetro.

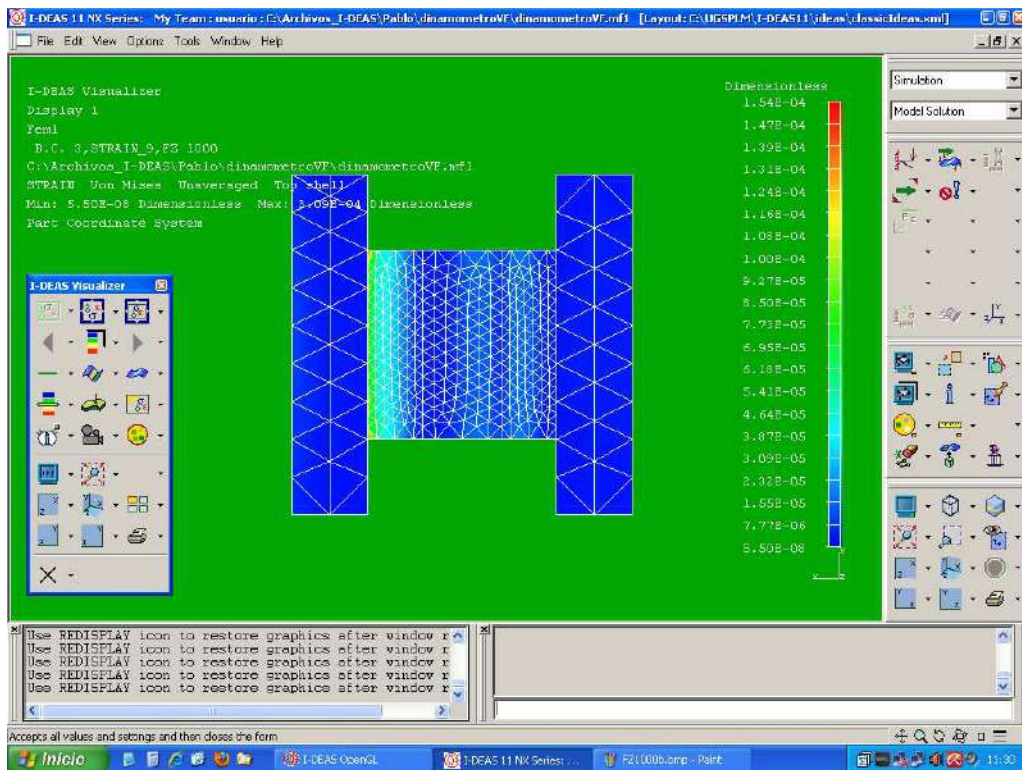


Figura B. 4: Vista posterior del dinamómetro.

B.5 Límite Elástico.

La tensión máxima a que se ve sometido cada parte del dinamómetro se obtuvo mediante el software; se simuló para la fuerza máxima de corte esperada, **Tabla 3.1**, con una fuerza de 1900N, una fuerza de avance de 1600N y una fuerza de empuje de 1000N. En los tres casos no se superó el límite elástico del material ($550 - 900\text{N/mm}^2$). Para las siguientes figuras observar la tabla de valores sobre el margen derecho. En los tres casos los valores máximos de tensión se encuentran en la unión entre los octógonos y las placas.

La **Figura B.6** muestra que la tensión máxima para una fuerza de corte de 1900N es de 300N/mm^2

La **Figura B.7** muestra que la tensión máxima para una fuerza de avance de 1600N es de 164N/mm^2

La **Figura B.8** muestra que la tensión máxima para una fuerza de empuje de 1000N es de $77,4\text{N/mm}^2$

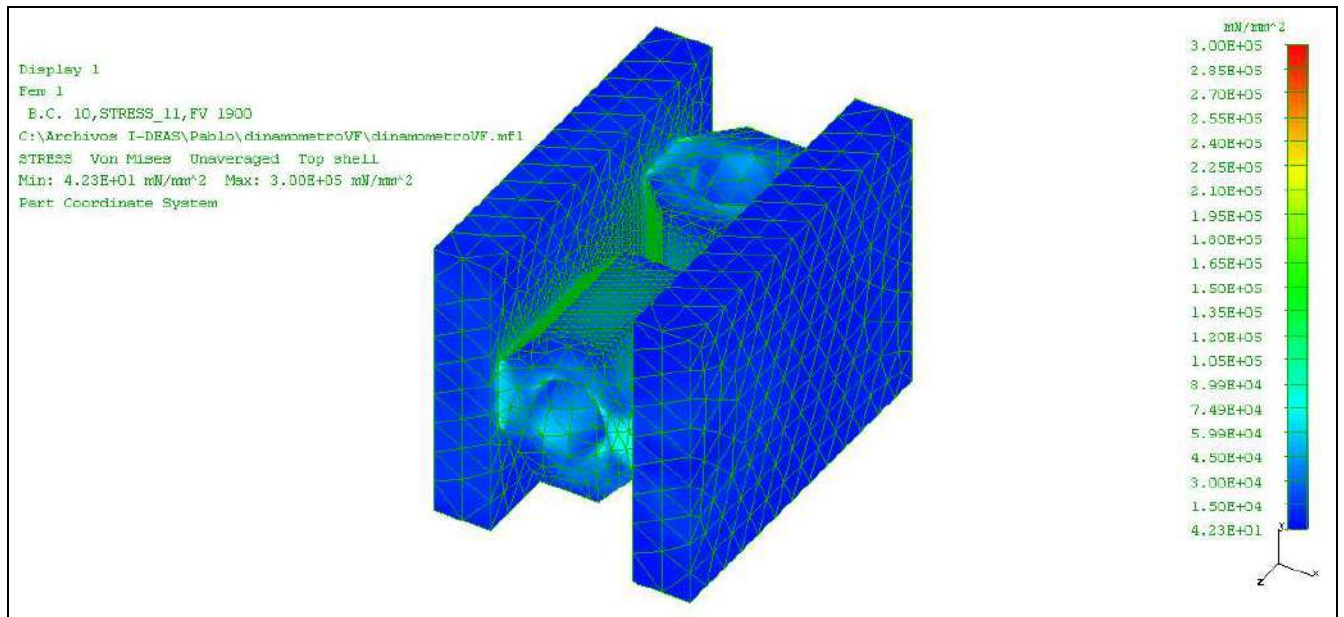


Figura B.6: Variación de Tensión para una fuerza de corte de 1900N.

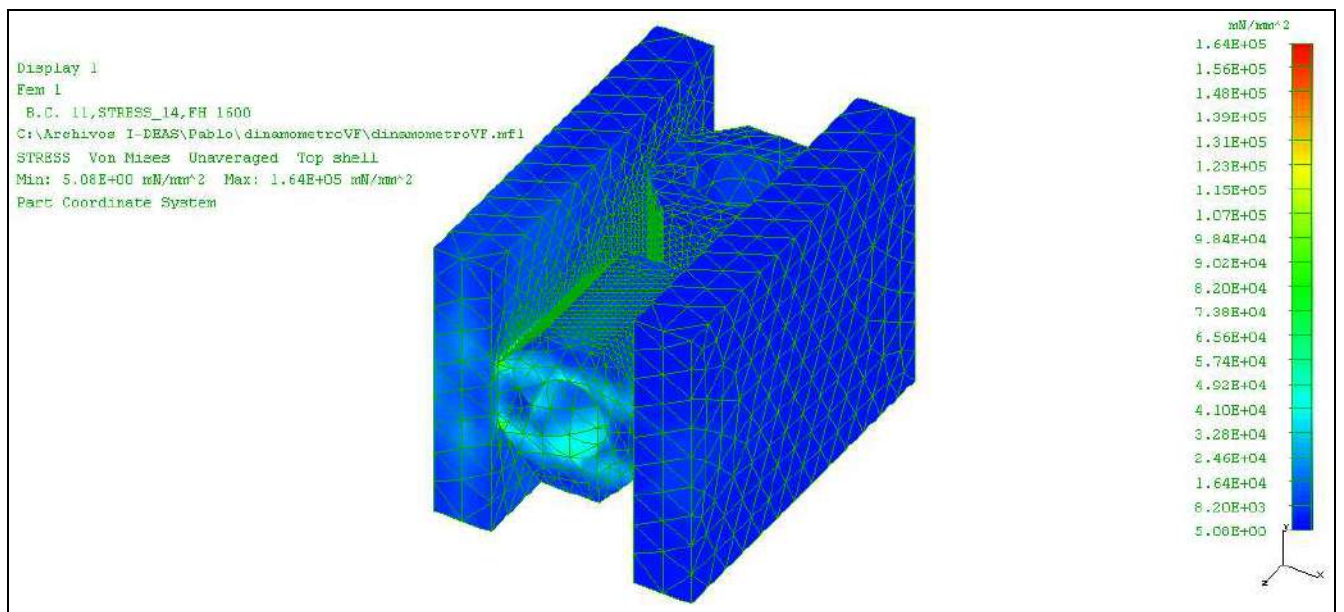


Figura B.7: Variación de Tensión para una fuerza de avance de 1600N.

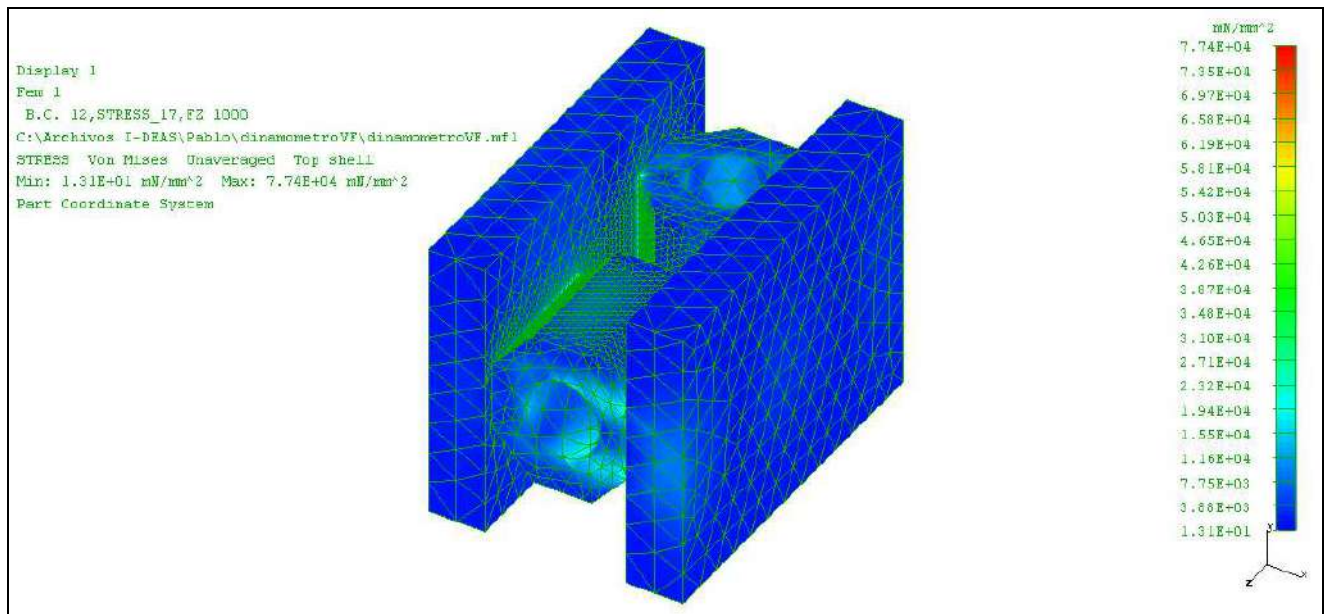


Figura B.8: Variación de Tensión para una fuerza de empuje de 1000N.

B.6 Deformaciones sobre el octógono 1. Fuerza Vertical 1000N.

Las deformaciones observadas en la **Figura B.9** muestra que las deformaciones sobre la cara inclinada b2 son de hasta 9 veces más (en la zona de pegado de los SG) que las deformaciones sufridas sobre la cara inclinada a, esto se debe a que esta cara está más próxima al empotramiento del dinamómetro. Se optará por esta cara para colocar los SG y medir los esfuerzos en la dirección vertical.

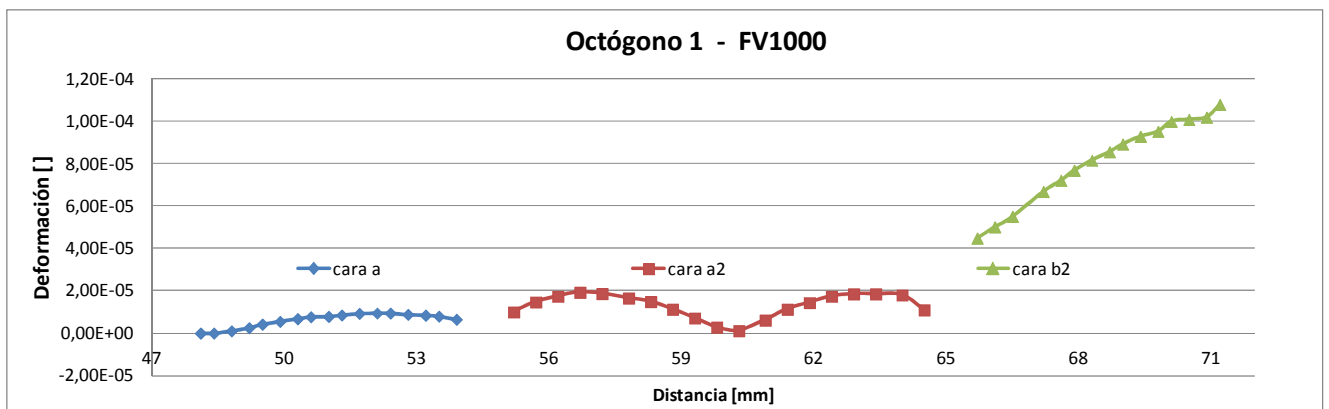


Figura B.9: Deformaciones sobre el octógono 1 para una fuerza de corte de 1000N.

Referencias.

- [1] Yaldiz S., ünsaçar F., Sağlam H., Işık H. *Desing, development and testing of a four-component milling dynamometer for the measurement of cutting force and torque.* 2006
- [2] Şeker U., Kurt A., Çiftçi I. *Design and construction of a dynamometer for measurement of cutting forces during machining with linear motion.* *Mater Des* 2002;23:355-60.
- [3] Kistler Instrument Corporation. "How To Select A Force Sensor". Pages 2
- [4] Jeong-Du Kim and Dong-Sik Kim. "Development of a combined-type tool dynamometer with a piezo-film accelerometer for an ultra-precision lathe". *Journal of Materials Processing Technology*, 71, pp. 360-366, 1997.
- [5] Sedat Karabay *Design criteria for electro-mechanical transducers and arrangement for measurement of strains due to metal cutting forces acting on dynamometers.*
- [6] Adolfsson C, Stahl CE. *Cutting force model for multi-toothed cutting processes and force measurement equipment for face milling.* *Int J Mach Tool Des Manuf Res* 1995;35(5): 1715–28.
- [7] Julian Guzman. *Tesis de Ingeniería Electromecánica. Fabricación y Ensayo Experimental de un Dinamómetro.* 2006
- [8] Marcelo Flores. *IT-EnsayoPorta PSBNL1616H.* 2009
- [9] Matias Jaliff. *Tesis de Ingeniería Electromecánica.pag 54-55.* 2009
- [10]Kalpakjian, Serowe. *Manufacturing Engineering and Technology.* Prentice Hall 2000.