UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PAMPA

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS Y JURIDICAS

Trabajo Final de Graduación de la Carrera de Técnico Administrativo Contable Impositivo

TITULO: **"Las metodologías de estadística y matemática financiera y sus usos en la gestión"**

Apellido y Nombres del/la alumno/a: **Merino, Walter Javier**

Asignatura sobre la que se realiza el Trabajo: **Estadística y elementos de matemática financiera**

Encargado de Curso Prof.: **Cr. Cesar Bustos**

Año que se realiza el trabajo: **2014.**

INDICE GENERAL

OBJETIVOS…….2
CAPITULO I Análisis de la materia……..……3
Estadística y elementos de matemática financiera……..3
CAPITULO II. Breve análisis de la metodología estadística……...3
Medidas de tendencia central……..4
Mediana……...5
Moda……6
Media……6
Media Geométrica……..8
CAPITULO III. Breve análisis de los elementos de matemática financiera…… 9
Interés simple……9
Interés Compuesto……14
CAPITULO IV. Relación entre la metodología estadística con elementos de Matemática Financiera……...15
IV) A. Algunas aplicaciones……15
A.1) Plazo medio …… 15
A.2) Taza media……..……..……16
A.3) Media geométrica y Tasa media de crecimiento……..17
B) Media Geométrica, razones de crecimiento y tasa de crecimiento, pronósticos……21
Conclusiones……25
Bibliografía……26

OBJETIVOS

El trabajo final de graduación de la carrera de Técnico Universitario Administrativo Contable Impositivo tiene por objeto complementar la formación de los futuros técnicos, ejercitándolos en la práctica para afianzar su capacidad de aplicar los conocimientos teóricos recibidos a la solución de problemas que puedan surgir en la práctica o en diferentes situaciones de la vida misma, en donde puede ser necesarias ciertas aplicaciones de la materia en cuestión para tomar decisiones o sacar conclusiones que nos pueda ayudar.

En este caso, la materia en cuestión es ESTADISTICA Y ELEMENTOS DE MATEMATICA FINANCIERA, lo cual a través de un trabajo teórico, complementado con un exhaustivo desarrollo práctico, se da conocimientos para los futuros técnicos.

Es importante destacar nuestro interés acerca de la asignatura elegida, ya que pretendemos establecer y mostrar la relación existente entre la metodología estadística y los elementos de Matemática Financiera, a través de un desarrollo teórico y práctico, a fin de asegurar la integración de conocimientos teóricos con las habilidades prácticas relacionadas.

I) ANALISIS DE LA MATERIA.

ESTADISTICA Y ELEMENTOS DE MATEMATICA FINANCIERA

Objetivos Generales:

Analizar los métodos de análisis estadístico y la comparación con técnicas de Matemática Financiera.

Objetivos Particulares:

El curso se propone brindar a los estudiantes una comprensión de los estadísticos descriptivos y de la inferencia estadística (obtener conclusiones a partir de los datos). Se ha elaborado haciendo principal énfasis en la práctica de la Estadística, más que en pruebas matemáticas.

Al finalizar el curso se intenta lograr que los alumnos sean capaces de:

a) Analizar un conjunto de datos y aplicar las técnicas estadísticas para obtener conclusiones.

b) Tener un conocimiento mínimo de un software estadístico que les permita obtener resultados a partir de un conjunto grande de datos

c) Poder comunicar los resultados del trabajo estadístico a quienes no están familiarizados con las técnicas estadísticas.-

II) BREVE ANALISIS DE LA METODOLIGIA ESTADISTICA.

La función principal de la estadística es elaborar principios y métodos que nos ayuden a tomar decisiones frente a la incertidumbre.

La palabra estadística se ha referido a la información cuantitativa o numérica (datos estadísticos), como también a los métodos que tratan con la información (métodos estadísticos).

No toda la información cuantitativa es considerada como dato estadístico. La información cuantitativa apropiada para análisis estadístico debe ser un conjunto

de números que muestren relaciones significativas, o sea, los datos estadísticos son números que pueden ser comparados, analizados e interpretados.
En cuanto a los métodos estadísticos, los mismos se dividen en cinco pasos básicos: Recopilación, organización, presentación, análisis e interpretación.
Una vez que un problema ha sido claramente definido y entendido, ciertos hechos relevantes que pueden ser presentados cuantitativamente, si los hay, deberán ser recopilados. Los datos estadísticos pueden ser de dos tipos, internos o externos.
Los datos recopilados deben ser corregidos cuidadosamente, de tal manera que las omisiones, inconsistencias, respuestas irrelevantes y cálculos equivocados en los resultados de las encuestas puedan ser corregidos o ajustados. Luego viene la clasificación, o sea que los datos ajustados puedan ser agrupados, el último paso es la tabulación, en donde elementos semejantes son numerados y registrados de acuerdo con la clasificación respectiva.
Seguidamente dichos datos son presentados, los cuales deben serlo en una forma fácil de leer para facilitar el análisis estadístico. Se pueden presentar de tres formas los datos recopilados: mediante enunciados, tablas estadísticas y gráficas estadísticas.
Luego, los datos presentados, son analizados mediante diferentes métodos estadísticos, yendo desde la simple observación hasta métodos más complicados.
Por último los resultados del análisis deben ser interpretados. Una interpretación correcta guiará a una conclusión válida del estudio y así puede ayudar a uno a tomar decisiones.

Medidas de tendencia central

Las medidas de tendencia central se llaman también “promedios”. Los mismos son un valor típico en el sentido de que se emplea a veces para representar todos los valores individuales de una serie o de una variable. Los promedios son empleados como mecanismo para resumir un conjunto de cantidades o números, sobre todo si es grande, a fin de describir los datos estadísticos.
Hay muchos tipos de promedios. Los más frecuentes son la mediana, la moda y la

media aritmética. Otras dos medidas de tendencia central como la media geométrica y armónica son utilizadas en situaciones especiales.

La mediana de un conjunto de valores es el valor del elemento central del conjunto. Para encontrar la mediana, primero hay que arreglar los valores del más pequeño al más grande o viceversa. Segundo localizar el valor central, es decir el número de valores sobre la mediana es el mismo que el número de valores debajo de la mediana.

La mediana es un promedio de posición, puesto que no es calculada con todos los valores. En algunos casos dicho promedio no puede ser calculada con exactitud.

A la mediana se la clasifica como un promedio no matemático, por lo tanto es "conceptual".

Ejemplo.

Para la serie $ 2, $4, $5, $7 y $8 la mediana es el tercer valor, $5. Si hay seis valores en una serie, por ejemplo 3, 4, 6, 7, 8 y 10 libras, cualquier valor entre 6 y 7 libras dividiría la serie en dos partes iguales; por tanto, cualquiera de tales valores podría ser la mediana. En nuestro ejemplo la mediana sería 6.5 libras.

Restaurante	Distancia en millas de la entrada al restaurant	Distancia		
		A D	A C	A F
A	12	84	64	120
B	40	56	36	92
C	76	20	0	56
D	96	0	20	36
E	124	28	48	8
F	132	36	56	0
G	148	52	72	16
Totales	---	276	296	328

En el ejemplo la mediana sería 96 millas.

La moda es aquel valor de una serie que aparece más frecuentemente que cualquier otro. La misma no está afectada por valores extremos. La moda no está definida algebraicamente como lo está la media. Al igual que la mediana es conceptual.

Millas recorridas	N° de estudiantes
0 y menos de 2	2
2 y menos de 4	5
4 y menos de 6	4
6 y menos de 8	8
8 y menos de 10	1
Totales	20

La clase modal es “6 y menos de 8” puesto que la clase tiene la más alta frecuencia, 8. El punto medio de la clase modal es:

$$\text{La moda cruda } (CM_0) = \frac{6 + 8}{2} = 7 \text{ (millas)}$$

La media es el tipo más comúnmente usado entre los cinco tipos de promedios. El cálculo de dicho promedio es la suma de los valores dividido por el número de valores en el conjunto de datos dado. Es un valor típico porque es el centro de gravedad, un punto de equilibrio. Otra característica que tiene es que la suma algebraica de las desviaciones con relación a la media es cero.

Fórmula:

$$\mu = \frac{\Sigma X_i}{N} \quad \text{(si se realizó un estudio poblacional)}$$

$$\overline{X} = \frac{\Sigma x_i}{n} \quad \text{(si se realizó un estudio muestral)}$$

Ejemplo:

Estudiantes	millas recorridas
A	1
B	4
C	10
D	8
E	10
Totales	33

La suma de los valores en la información dada es:

$$\sum X = 1 + 4 + 10 + 8 + 10 = 33$$

El número de valores es

$$N = 5$$

$$\overline{X} = \frac{33}{5} = 6.6 \text{ millas}$$

Cuando a cada uno de los valores en un conjunto de datos le es asignada una ponderación de acuerdo con la importancia relativa en el grupo, la media se llama media ponderada. La misma se calcula de la siguiente manera:

Sea w = la ponderación asignada a cada valor de la variable X; entonces

$$\overline{X}_{.} = \frac{\sum (wX)}{\sum w}$$

Ejemplo:

Estudiantes	Millas recorridas por viaje	N° de viajes	Total de millas recorridas
A	1	6	6
B	4	5	20
C	10	4	40
D	8	2	16
E	10	3	30
Totales	---	20	112

$$\bar{X} = \frac{112}{20} = 5.6 \text{ millas}$$

La media geométrica de un conjunto de n valores es la raíz n-ésima del producto de los valores en el conjunto. Si hay dos valores, la raíz cuadrada del producto de éstos es la media geométrica; si son tres, la raíz cúbica es la media geométrica y así sucesivamente.

$$G = \sqrt[n]{\text{producto de n valores}}$$

Cualquiera, dos de los tres elementos, (G, n y el producto de n valores) en la expresión, son conocidos, el tercero puede ser determinado.

El cálculo de la media geométrica está basado en todos los elementos de un conjunto de datos. El valor de cada elemento de dicho conjunto afecta así el valor de la media geométrica. Si uno de los valores es cero, por ejemplo, el valor de G es cero.

Ejemplo:

Calcular la media geométrica de los valores1, 4, 10, 8 y 10.

La fórmula sería:

$$G = \sqrt[5]{1 \times 4 \times 10 \times 8 \times 10}$$

$$G = \sqrt[5]{3.200} = 5.024 \text{ millas}$$

Otro ejemplo sería:

Los porcentajes de participación de los alumnos en las actividades extraescolares durante los trimestres lectivos de los dos últimos cursos sufrió el siguiente aumento: el primer trimestre 8%, el segundo 12%, el tercero 18%, el primer trimestre del último curso 27%, el segundo 40,5% , el tercero 60,75%. Calcular la media geométrica del porcentaje de participación de los alumnos en esas actividades.

Siendo en nuestro caso n = 6, x1 = 8, x2 = 12, x3 = 18, x4 = 27, x5 = 40,5, x6 = 60,75 y ni = 1 para todo i = 1,2,3,4,5,6, con lo que N = 6. Aplicando la formula anterior tenemos:

$$Mg = \sqrt[6]{8*12*18*27*40,5*60,75} = \sqrt[6]{114791256} = 22,04540769$$

III)BREVE ANALISIS DE LOS ELEMENTOS DE MATEMATICA FINANCIERA.

Se entiende por operación financiera la sustitución de uno o más capitales por otro u otros equivalentes en distintos momentos de tiempo, mediante la aplicación de una ley financiera.

La tasa de interés representa el precio de la unidad de capital en la unidad de tiempo, o sea el precio por alquilar 1 pesos de capital. Para cálculos matemáticos, la tasa de interés siempre es expresada en tanto por uno.

El interés representa el valor absoluto que resulta de multiplicar la tasa de interés por un capital, la misma aparece representada en tanto por ciento.

La tasa de interés siempre tiene 3 componentes:

1) La inflación: a mayor inflación, mayor tasa de interés.
2) El valor del tiempo o interés puro: está asociado al concepto de tasa de interés real. Este representa el verdadero valor del tiempo.
3) El riesgo: a mayor riesgo, mayor debe ser la tasa de interés.

Interés Simple: Los intereses se calculan siempre sobre el capital inicial de la operación, por lo tanto, los intereses que produce dicho capital son siempre una suma fija. En dicho régimen existe tanto en el sentido positivo del tiempo (capitalización), como en el sentido negativo (actualización). En la primera vamos desde el presente hacia el futuro, o sea depositamos una suma de dinero que gana interés durante un cierto período de tiempo y en la actualización recorremos el camino inverso, cuando calculamos el valor presente de un capital futuro.

También podemos hablar de una tasa de interés vencida y una adelantada.

La capitalización en el interés simple: Los intereses siempre se calculan sobre el capital inicial, por lo que los intereses no generan nuevos intereses, permaneciendo el capital inicial constante hasta la fecha en que haya sido convenido su reembolso.

Los intereses son proporcionales al capital, al tiempo y a la tasa de interés de la operación.

Fórmulas:

Capital final	***Capital inicial***	***Tasa de interés***
$Cn = Co \cdot (1 + in)$	$C_O = \frac{Cn}{(1+in)}$	$i = \frac{Cn - Co}{Co \cdot n}$

La actualización en el interés simple: Cuando definimos el monto de un capital, se estableció una relación directa entre el capital inicial y el valor final del mismo, sujeto a un régimen de capitalización a una tasa de interés "i" por un número de unidades de tiempo que llamamos "n".

El proceso de transformación de los valores futuros en valores presentes se denomina "actualización" y representa la contrapartida del proceso de capitalización. En el régimen simple, se distingue entre un descuento racional y uno comercial. La diferencia entre ambos radica en la forma en como se analiza la operación. El descuento racional se practica sobre el valor actual o presente del documento. En el descuento racional, los intereses se calculan sobre el capital recibido.

Fórmula:

$$Dr = V \cdot i \cdot n$$

Cuando los intereses se abonan al inicio de la operación de descuento, las tasas utilizadas se denominan adelantadas o de descuento. A esta operatoria se las denomina descuento comercial. Dicho descuento se practica sobre un valor final o monto y no sobre el capital que realmente se presta en la operación, debido a esto resulta un beneficio adicional para el prestamista. Fórmula:

$$D = Cn \cdot d \cdot n$$

En general, todas las operaciones financieras que liquidan los intereses sin capitalización intermedia constituyen ejemplos de interés simple.

a) Los depósitos a plazo fijo: Cuando hacemos un plazo fijo inmovilizamos el dinero por el período de contrato (30, 45, 60 o más días) y entonces la operación se realiza dentro de las reglas de interés simple, ya que no hay capitalización de intereses. La capitalización solo se producirá si se renovará la operación, pero entonces habría capitalización de intereses y habría intereses compuestos.

Ejemplo: Se constituye un plazo fijo por $ 10.000 contratándose una TNA del 10 %, por un plazo de 30 días. Al final del plazo, tenemos un monto de

$$10.000 \left(1 + \frac{0.10}{365/30} \right) = 10.082,19$$

Nótese que hemos ganado 82,19 pesos de interés, que corresponden a un período de 30 días. Trabajamos con un año de 365 días por ser el año civil el que se utiliza en las operaciones de depósitos a plazo en el mercado financiero argentino.

b) Los intereses en la caja de ahorro permite a su titular efectuar retiros de dinero, de tal forma que este tipo de cuentas resulta útiles para aquellas personas que desean obtener un rendimiento por sus ahorros, pero requieren al mismo tiempo la disponibilidad inmediata de los mismos.

Es por esto que los bancos en general pagan un interés modesto, pero a cambio se tiene la flexibilidad de hacer retiros y depósitos en cualquier momento. Los intereses se calculan de acuerdo al régimen simple y se acreditan al final del mes. La tasa nominal anual para el período fue del 3 %.

Ejemplo:

fecha	Concepto	Depósitos y extracciones	Saldo	Días
30/06/2001			100	31
01/07/2001	Depósito	100	200	30
15/07/2001	Nota de Débito	-50	150	16
20/07/2001	Crédito	200	350	11
25/07/2001	Extracción	-100	250	6
31/07/2001	Capitalización de intereses	0.57	250.57	0

Para el cálculo del devengamiento de intereses con la TNA del 3 %, se calculan los intereses bajo el régimen simple teniendo en cuenta los días hasta fin de mes. Por ejemplo, para el saldo inicial se calculan intereses por los 31 días de julio, para el depósito de $ 100 realizado el 01/07/2001 se cuentan 30 días hasta el 31/07/2001 y así sucesivamente.

En este caso sería:

100 x 0.03 x 31/365 + 100 x 0.03 x 30/365 – 50 x 0.03 x 16/365 +
200 x 0.03 x 11/365 – 100 x 0.03 x 6/365 = 0.57

Al final del período se forma el saldo de $ 250.57, generando capitalización de intereses, por lo que a partir del mes siguiente opera el interés compuesto.

c) <u>El ajuste de deudas impositivas</u>: La Administración Federal de Ingresos Públicos suele cobrar intereses compensatorios y resarcitorios aplicando la tasa de interés simple en algunos casos. Suponga que cierta empresa mantiene una deuda fiscal de $ 15.000 hace tres meses y ahora desea saldarla. Si la tasa de interés que cobra el fisco es del 3 % mensual, el importe a saldar será:

15.000 x (1 + 0.03 x3) =16.350

d) El cálculo de indemnizaciones: En los cálculos de las indemnizaciones laborales, la jurisprudencia establece que en algunos casos, el monto de la sentencia debe ajustarse según las reglas del interés simple, utilizando una tasa de interés activa del Banco Nación. La tasa de interés nominal anual para las operaciones activas fluctuó de la siguiente norma:

Enero: 10 % Febrero: 11 % Marzo: 12 %.

Un monto de sentencia de $ 100 se ajustaría de la siguiente forma (suponiendo que se trabaja con una convención de 30/360 que consiste en considerar un año de 360 días y que todos los meses tienen 30 días:

$$100 \times \left(1 + \frac{0.10}{12} + \frac{0.11}{12} + \frac{0.12}{12} \right) = 102.75$$

e) Los intereses de las tarjetas de crédito: Suponga que una tarjeta de crédito tiene un saldo deudor de $ 1.000. El décimo día abona $ 500 y el decimosexto compra bienes por $ 250 abonando siempre con la tarjeta. La tasa de interés para financiar saldos deudores es del 36 %nominal anual .

Se puede realizar un cálculo explícito del interés sobre cada capital hasta el día 30 o hacer un cálculo del saldo promedio diario, y luego calcular el interés sobre éste.

$$\text{Saldo promedio diario} = \frac{1000 \times 9 + 500 \times 6 + 750 \times 15}{30} = 775$$

Para el cálculo de los intereses sólo tenemos que multiplicar el saldo promedio diario por la tasa de interés proporcionada para los 30 días del período de corte:

$$\text{Intereses abonados: } 775 \times 0.36 \times \frac{30}{365} = 22.93$$

Interés compuesto: A diferencia del anterior en el régimen compuesto se incorpora al capital y produce nuevos intereses.

Capitalización en el interés compuesto: Los intereses siempre se calculan sobre el monto acumulado al final del período anterior, de manera tal que existe capitalización de intereses. "Capitalización" significa que los intereses se incorporan al capital, haciendo que los mismos produzcan más intereses. Estos representan una suma variable. Fórmula:

Capital final	Capital inicial	Tasa de interes
$Cn = Co \cdot (1 + n)^n$	$Co = \frac{Cn}{(1+ i)n}$	$\sqrt{\frac{Cn}{Co} - 1}$

Actualización en el interés compuesto: Es posible también establecer valores presentes con tasa de interés compuesta y también con tasa de descuento compuesta. Cuando definimos el monto de un capital, establecimos una relación directa entre el capital inicial y el valor final del mismo a un momento del tiempo n, sujeto a un régimen de capitalización a una tasa de interés vencida. Si se pretende disponer hoy de un capital futuro, tendremos que descontarle los intereses que representan la diferencia entre el capital disponible dentro de n unidades de tiempo y su valor actual. Esa diferencia se denomina descuento y se define como la compensación o el precio que debe pagarse por la disponibilidad inmediata de un capital antes de su vencimiento dentro de n unidades de tiempo.

Un ejemplo sería, si se depositan $ 1.000 al 10 % mensual durante un período de 5 meses. El monto al final del quinto mes es

$$1.000 (1 + 0.10)^5 = 1.610,51$$

Otro ejemplo sería, si se depositó $ 100 en una institución financiera y ganó en una operación el 2 % mensual el primer mes, el 3 % el segundo y finalmente un 5 % en el tercero. El monto final al cabo de los tres meses será:

$$100 (1+0.02) \times (1+0.03) \times (1+0.05) = 110.3$$

IV) RELACION ENTRE LA METODOLIA ESTADISTICA CON ELEMENTOS DE MATEMATICA FINANCIERA.

IV.A.) Algunas aplicaciones

A.1) Plazo medio.

Suponiendo que tres capitales C_1, C_2 y C_3 son colocados durante diferentes plazos t_1; t_2 y t_3, respectivamente, se denomina plazo medio "n" al tiempo durante el cual debe ser colocada la suma de esos capitales, a la misma tasa, de modo que el interés producido sea igual a la suma de los intereses producidos por cada uno de los capitales C_1, C_2 y C_3.

$$(C_1 + C_2 + C_3) \cdot i \cdot n = C_1.i.t_1 + C_2.i.t_2 + C_3.i.t_3$$

Dividiendo ambos miembros por i y despejando el valor de n, obtendremos:

$$n = \frac{C_1.t_1 + C_2.t_2 + C_3.t_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$

Esta fórmula nos permite obtener las siguientes conclusiones:

a) El plazo medio es independiente de la tasa de interés común.

b) El plazo medio es la media aritmética ponderada de los plazos.

Esta última conclusión nos permite establecer una fórmula general para el plazo medio, que es igual a la sumatoria de los plazos ponderados:

$$n = \frac{\sum_{j=1}^{n} t_j \times C_j}{\sum_{j=1}^{n} C_j}$$

La fórmula del plazo medio puede ser establecida para cualquier unidad común de plazos, y el valor de la incógnita n, se referirá a una unidad de tiempo común de los plazos t_1, t_2 y t_3. En particular, si $C_1 = C_2 = C_3$ podemos sacar factor común en la expresión anterior y nos queda:

$$N = \frac{C_j(t_1 + t_2 + t_3)}{NC_j} = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{N}$$

Donde N representa la cantidad de capitales (N = 3 en este caso) y observamos que en este caso, el plazo medio será el promedio simple de los plazos dados.

A. 2) Tasa Media.

Suponiendo que tres capitales C_1, C_2 y C_3 sean colocados durante n períodos a tasas diferentes i_1, i_2 y i_3, se denomina tasa media de una operación "i", la tasa a la que debe ser colocada la suma de esos capitales durante n períodos, para que produzcan un interés que iguale la suma de los intereses que produce cada uno de los capitales C_1, C_2 y C_3.

$$(C_1 + C_2 + C_3)in = C_1i_1n + C_2i_2n + C_3i_3n$$

Podemos sacar factor común n en el segundo término y luego despejamos la tasa media:

$$i = \frac{C_1.i_1 + C_2.i_2 + C_3.i_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$

De la fórmula se observa que:

a) La tasa media es independiente del plazo común al que fueron colocados los depósitos.

b) La tasa media es la media aritmética ponderada de tasas.

Esta última conclusión nos permite establecer una fórmula general para la tasa media, que es igual la sumatoria de las tasas ponderadas.

$$I = \frac{\sum_{j=1}^{n} i_j \times C_j}{\sum_{j=1}^{n} C_j}$$

En particular, si C_1, C_2 y C_3, se puede sacar factor común Cj y la fórmula de i se simplifica por la siguiente:

$$i = \frac{C_j(i_1 + i_2 + i_3)}{NC_j} = \frac{i_1 + i_2 + i_3}{N}$$

En este último caso particular, la tasa media es el promedio simple de las tasas dadas. N representa la cantidad de capitales (N = 3 en este caso).

Ejemplos de plazo medio:

Tres capitales de 100, 200 y 300 fueron colocados a la misma tasa del 10 % mensual durante 4. 5 y 6 meses, respectivamente. Calculemos ahora durante cuánto tiempo tendría que estar aplicada la suma de esos capitales, a la misma tasa, para que los intereses sean iguales a la suma de los intereses de esos capitales en los plazos dados.

$$n = \frac{100 \times 4 + 200 \times 5 + 300 \times 6}{100 + 200 + 300} = 5.33$$

Tasa media: Ejemplo

Tres capitales de 100, 200 y 300 fueron colocados a la tasa de interés mensuales del 10. 20 y 30 %, respectivamente, durante un mes. Calculemos ahora cual fue la tasa media de la operación.

$$i = \frac{100 \times 0.10 + 200 \times 0.20 + 300 \times 0.30}{100 + 200 + 300} = 0.2333 = 23.33\ \%$$

A.3) Media Geométrica y Tasa media de crecimiento.

Supongamos que tenemos un conjunto de datos que no pueden ser mejor resumidos con la media aritmética simple. Primero vamos a decidir si se debe utilizar la media geométrica. En contraste con la adición de los números en un conjunto, n, dividiéndolos por n para obtener una media aritmética, la media geométrica se multiplica por los valores de n, y se toma entonces la raíz enésima. En situaciones que impliquen tasas de crecimiento o tasas de rendimiento, tales como las tasas de interés, se utiliza la media geométrica.

La aplicación de la media geométrica es similar al principio de interés compuesto. Por ejemplo, digamos que se quiere la tasa media de crecimiento del salario de un

trabajador por un período de tres años. Supongamos que los salarios de los trabajadores aumentan un 5 por ciento en el año 1, 3 por ciento en el año 2 y 4 por ciento en el año 3. La media aritmética de los 3 números es 4. El problema, sin embargo, es que cada aumento es acumulativo y se multiplica por el salario básico de ese año. Para el cálculo de una media geométrica, tendríamos que multiplicar (1.05 x 1.03 x 1.04) y luego poder aplicarle la raíz cúbica, que da 3,91 como una tasa promedio de crecimiento. En este ejemplo, la media geométrica es sólo ligeramente inferior a la media aritmética, pero ilustra cómo con grandes conjuntos de datos y mayor variación en las tasas de crecimiento y en las tasas de retorno, la media aritmética podría sobrestimar considerablemente a la tasa media de crecimiento. Los datos financieros pueden requerir una estimación más exacta de la que la media aritmética ofrece.

Una transacción financiera siempre involucra dos partes, una unidad con excedentes que presta sus recursos, y una unidad deficitaria que los recibe. La primera recibe una compensación por alquilar su dinero por un determinado período de tiempo, que representa el costo que la unidad deficitaria acuerda pagar por dicho servicio. El precio del servicio es la tasa de interés, que representa el costo de una unidad de capital en un período de tiempo.

Cuando una persona realiza un plazo fijo o solicita un préstamo, se contrata con una entidad financiera una tasa de interés llamada nominal. Esta es la que está escrita en la operación. Es la que sirve para luego calcular el verdadero rendimiento efectivo de una operación. La tasa nominal es aquella tasa que obtendríamos si no hubiera capitalización subperiódica de intereses. Cuando el período de capitalización es uno solo, la tasa nominal y la efectiva son iguales.

La tasa proporcional se obtiene a partir de la división entre la nominal periódica por la cantidad de subperíodos de capitalización.

La frecuencia con que los intereses se adicionan al capital es lo que llamamos frecuencia de capitalización y este puede variar. En la capitalización periódica hay una sola capitalización de intereses en el período de tiempo de la tasa nominal; en la capitalización subperiódica hay más de una capitalización de intereses; y por lo tanto el monto que se obtiene es mayor con la capitalización periódica. Por lo

tanto, la diferencia de rendimiento entre una y otra capitalización, es la misma que existe entre el interés simple y el compuesto.

La tasa efectiva es aquella que aplicada sobre un capital, produce en una sola capitalización, el mismo rendimiento que se obtiene capitalizando en forma subperiódica m veces con la tasa proporcional.

Las tasa equivalentes son aquellas que, con capitalizaciones intermedias diferentes, tienen el mismo rendimiento efectivo en cualquier momento. En síntesis, dos tasas pueden ser equivalentes entre sí, aunque aparentemente sean diferentes cuando están expresadas para distintos períodos de tiempo.

Las tasas adelantadas vienen a ser la antítesis de la vencida, pues se calcula sobre un valor final, si bien para obtener el rendimiento en términos de tasa vencida también hay que esperar al vencimiento de la operación. Se la llama adelantada porque se calcula sobre el valor final de un documento.

$$i = \frac{C_j(i_1 + i_2 + i_3)}{NC_j} = \frac{i_1 + i_2 + i_3}{N}$$

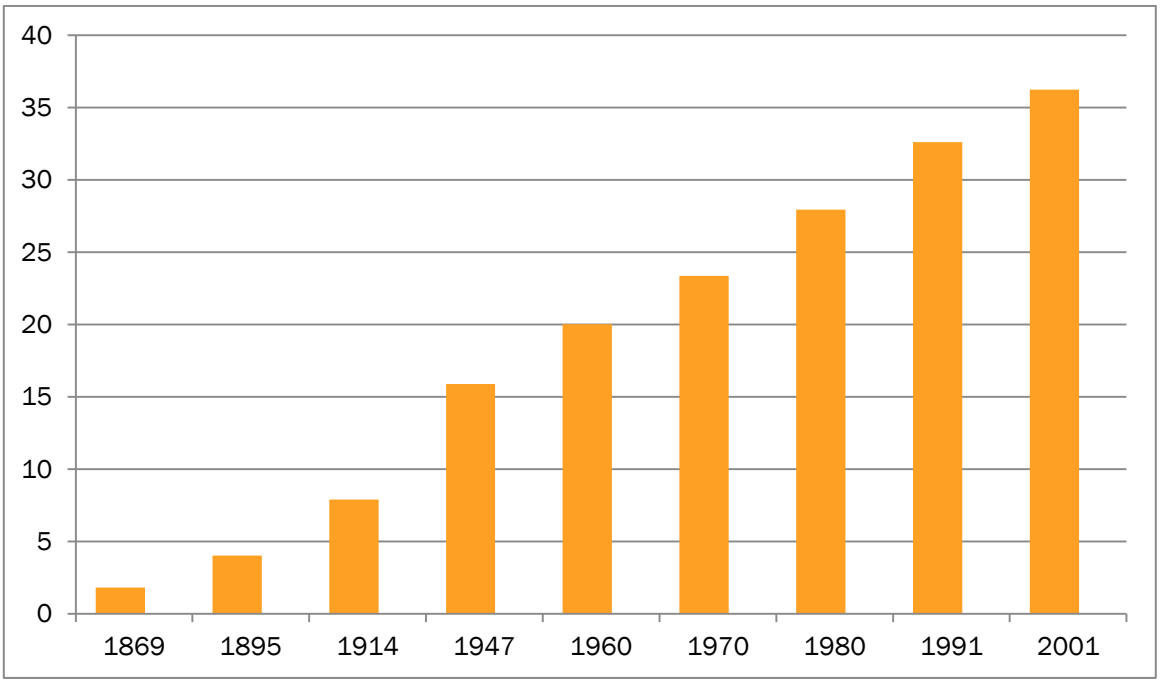
<u>Ejemplo práctico</u> de la relación de interés compuesto con las medias geométricas.

Ejemplo: El crecimiento de la población en la República Argentina en la década del 90. Si la población paso de tener 32.6 millones de habitantes en 1991 a 36.2 millones en el 2001. A que tasa anual promedio creció la población?

Año	Población
1991	32.615.528
2001	36.223.947

Para calcularlo, establecemos la tasa promedio geométrica con la fórmula de la tasa de interés, considerando como monto a la población de 2001 y como capital original a la población de 1991.

$$I = \frac{36.223.947}{32.615.528}^{1/10} - 1 = 0.0105 = 1.05\ \%\ \text{anual.}$$



Expresada en millones de habitantes.

Población total del país. Año 1989-2001

Fuente INDEC. Censos nacionales de población.

Otro ejemplo sería la pauta de inflación contenida en el presupuesto nacional.

En el presupuesto nacional suele incluirse una pauta de inflación anual que constituye una especie de meta predefinida a alcanzar, que es superada por la realidad en la mayoría de las ocasiones. Por ejemplo, suponga que se establece una pauta de inflación del 12 % para todo el año, mientras que la inflación acumulada hasta abril es del 8 %. ¿Cuál debería ser la inflación mensual de mayo a diciembre para poder cumplir con la mencionada pauta? Simplemente planteamos la ecuación correspondiente donde 1.08 representa el capital inicial de la operación, que colocado a una inflación mensual durante 8 meses alcanza un monto de 1.12 y despejamos la tasa de inflación mensual:

$$(1.08) \times (1 + \pi)^8 - 1 = (1.12)$$

$$\Pi = \left(\frac{1.12}{1.08}\right)^{1/8} - 1 = 0.0045 = 0.45\ \%\ \text{mensual}$$

No distinguimos aquí si los meses tienen más o menos de 30 días, pues el INDEC difunde la tasa de inflación mensual para cada mes calendario, independientemente de cuantos días tenga éste.

B) Media Geométrica, razones de crecimiento y tasa de crecimiento. Pronósticos.

Retomando el tema de la media geométrica podemos analizar que:

a) Es adecuada para promediar, una serie de valores que crece en forma geométrica. Por ejemplo:

Tenemos los siguientes valores: 2, 6, 18, 54, 162

Sacando la media geométrica obtendremos:

$$G = \sqrt{2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot 54 \cdot 162}$$

$$G = 18$$

Sacando la media aritmética se obtiene:

$$\bar{X} = \frac{2 + 6 + 18 + 54 + 162}{5}$$

$$\bar{X} = 48.4$$

Se observa que la media geométrica es más representativa de la realidad.

b) Es la única medida adecuada para calcular la tasa media de crecimiento de una variable a través del tiempo (pero solo a través de las razones de crecimiento).

Ejemplo:

A	Yi	R	i
2010	10	-	-
2011	18	1.80	0.80
2012	25	1.39	0.39
2013	32	1.28	0.28

donde A= Año; R = razón de crecimiento y i = tasa de crecimiento

Media Geométrica:

$$G = \sqrt[3]{1{,}8 \times 1{,}3888 \times 1{,}28}$$

G = 1.4736 que representa la razón media de crecimiento.

Si a ese valor le resto 1 nos da el valor de la tasa de crecimiento,
o sea 1,4736 – 1= 0.4736 o 47,36 %.

c) Pronóstico.

En el ejemplo del caso anterior, podemos calcular pronósticos, por ejemplo:

$VF = VI \times (1 + i)^n$

$VF = 10 \times (1.4736)^6$

$VF = 102.39$

$VF = 32 \times (1.4736)^3$

$VF = 102.39$

Como podemos observar para calcular el valor al año 2016 nos da el mismo valor, ya sea partiendo del 2010 y elevándolo a la 6 o partiendo del 2013 y elevarlo a la 3.

Volviendo al ejemplo de la página 20 donde se establece la razón y la tasa de crecimiento de la población Argentina entre los años 1991 y 2001, podemos hacer un pronóstico, por ejemplo pronosticar cuanto va a ser la población de Argentina para el año 2031.

De acuerdo a los cálculos desarrollados oportunamente se estableció que la razón de crecimiento fue de 1.0105 anual y la tasa de crecimiento fue de 1.05 % anual.

Si se quiere pronosticar cuanto va a ser la población en el 2031 hacemos:

$VF = VI \times (1 + i)^n$

$VF = 36.223.947 \times (1.0105)^{30}$

VF = 49.554.752 de habitantes en la Argentina para el año 2031.

Otro ejemplo práctico.

En un municipio y relacionado a la prestación de servicios sanitarios.

Año	usuarios de agua	usuarios de cloaca	cantidad de agua entregada (en m3)
2006	33440	32119	11.528.280
2007	34206	32558	11.111.136
2008	35504	33297	11.456.749
2009	35802	34403	12.092.254
2010	36049	34820	11.462.276
2011	37387	36240	11.716.555
2012	37880	36633	11.704.507
2013	37974	36723	11.806.622

Sacando la razón y tasa de crecimiento a lo largo de los años vemos que nos queda el siguiente cuadro.

Años	Cantidad de agua	Razón	Tasa
2006	11.528.280	0	
2007	11.111.136	0.9638	-0.0362
2008	11.456.749	1.0311	0.0311
2009	12.092.254	1.0554	0.0554
2010	11.462.276	0.9470	-0.0530
2011	11.716.555	1.0222	0.0222
2012	11.704.507	0.9989	-0.0011
2013	11.806.622	1.0087	0.0087

Se puede calcular la media geométrica de la siguiente manera:

$$G = \sqrt[8]{11528280*11111136*11456749*12092254*11462276*11716555*11704507*11806622}$$

G = 11.606.603 m^3 de agua entregados en promedio.

Siguiendo con el ejemplo calculamos la razón y la tasa de crecimiento de la siguiente manera:

$$R = \sqrt[7]{0.9638*1.0311*1.0554*0.9470*1.0222*0.9989*1.0087}$$

R =1.02299= razón de crecimiento

I = R – 1

I = 1.02299 – 1 = 0.02299 ó 2.299 %. = tasa de crecimiento.

Ahora haciendo un pronóstico podemos calcular la cantidad de agua entregada por ejemplo para el año 2020.

$VF = VI \times (1 + i)^n$

$VF = 11.806.622 \times (1.02299)^7$

VF = 13.842.845

A través de dicho cálculo podemos observar que en el 2020 se va a entregar 13.842.845 m^3 de agua en dicho municipio.

V) CONCLUSIONES.

Este trabajo me permitió cumplir con los requerimientos exigidos por la reglamentación y complementar la formación, aplicando los conocimientos teóricos recibidos para la solución de problemas.

También se pudo establecer las relaciones existentes entre Estadística y los elementos de Matemática Financiera, en donde a través de diferentes aplicaciones se pueden observar ciertos resultados que puede ayudar para el futuro y sacar diferentes conclusiones o tomar ciertas decisiones ya sea a largo o corto plazo. Se demostró que muchas de las herramientas estadísticas aprendidas son aplicadas en la vida cotidiana; ya sea en grandes empresas o simples individuos.

BIBLIOGRAFIA:

a) “ANALISIS ESTADISTICO”, de YA-LUN CHOU, año1993.-

b) “CALCULO FINANCIERO APLICADO”, de GUILLERMO LOPEZ DUMRAUF, año 2006.-

c) “ESTADISTICA PARA ADMINISTRACION Y ECONOMIA”. de M.L. BERENSON y D.M. LEVINE, 1991

d) “ESTADISTICA PARA ECONOMISTAS Y ADMINISTRADORES DE EMPRESAS”, de SHAO, STEPHEN, año 1973.-

e) http://www3.uji.es/~mateu/t1-alumnos.pdf